2025. 04. 21 (月) のこたえ

$-3 < -\sqrt{\frac{a}{3}} < -\frac{2}{3}$ を満たす自然数aはいくつあるか

出典: 2023 成田

符号を変えて反対にする

$\frac{2}{3} < \sqrt{\frac{a}{3}} < 3$

各辺2乗

$\frac{4}{9} < \frac{a}{3} < 9$

各辺3倍

$\frac{4}{3} < a < 27$ より aは $\underbrace{2 \text{ から } 26}_{26-2+1\text{ で求める}}$ までの自然数 → 25個

$(= 1.333\cdots)$

2025.04.22(火)のこたえ

　ある中学校の今年の夏休みは7月24日から8月28日までの36日間であった。
Aさんは数学の宿題に毎日同じペースで取り組み、夏休みの最初の12日間で半分終わらせた。残りの宿題も同じペースで毎日取り組む予定であったが、他の教科の宿題もあり、数学のペースが予定より20%下がった。
Aさんの数学の宿題が終わったのは何月何日かを求めなさい。

出典:2023 順天

1日$x$ページのペースで進めるとする

予定では $12日 \times 2 = 24日$ で終わらせることから
全部で $24x$ ページあると分かる。

下がった後のペースは $x \times \frac{80}{100} = \frac{4}{5}x$ (ページ/日)　よって

残り半分は $12x \div \frac{4}{5}x = 15日間$ で終わる。

よって全部で $12日 + 15日 = 27日$ かかった。

7/24も含めて27日後は

$\underbrace{7/24 \longrightarrow 7/31}_{8日}$, $\underbrace{8/1 \longrightarrow 8/19}_{19日}$　より 8月19日

2025.04.23(水)のこたえ

(1) 1が5回目に出てくるのは、小数第1位から数えて何番目ですか。

(2) n回目の8が出てくるのは、小数第1位から数えて何番目ですか。
nを使った式で表しなさい。

(3) この数の小数部分に表される数字を左から順に、
1+4+2+8+5+7+1+4+…
と加えていきます。このとき2024を超えるのは、小数第1位から数えて何番目まで加えたときですか。

(1)

1回目　2回目　3回目　4回目　5回目

第1位 $\xrightarrow{+6}$ 第7位 $\xrightarrow{+6}$ 第13位 $\xrightarrow{+6}$ 第19位 $\xrightarrow{+6}$ 第25位

25番目

(2) 6位ごとに同じ数がくり返される

1回目の8　2回目の8　…　n回目の8

第4位 $\xrightarrow{+6}$ 第10位 $\xrightarrow{+6}$ … $\xrightarrow{+6}$ 第?位

第4位から +6を n−1回たす ⇒ $4+6(n-1)=6n-2$ 番目

(3) 第1位から第6位まで(これを1グループ目とする)の和は

$1+4+2+8+5+7=27$

$2024 \div 27 = 74$ あまり 26 より

(74グループ分の和) + $(\underbrace{1+4+2+8+5}_{\text{75グループ目の6つ分}}) = 2025$

$27 \times 74$
$= 1998$

で はじめて 2024を超える

よって $6 \times 75 = 450$ 番目

2025.04.24(木) こたえ

8 $n$ は自然数とする。$\sqrt{2025+n}$ の値が自然数となる最小の $n$ の値を求めなさい。

出典:2025 芝浦工大附属 基礎

$45^2=2025$ を知っていると良い!!

$\sqrt{2025+n}=\sqrt{45^2+n}$ となるので、$\sqrt{\ }$ の中が

$45^2$ の次の平方数になるとき、$n$ は最小となる。

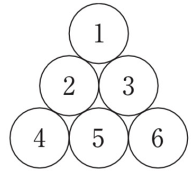
⇓

$$45^2+n=46^2$$

$$\begin{aligned} n &= 46^2-45^2 \\ &= (46+45)(46-45) \\ &= 91\times 1 \\ &= \underline{91} \end{aligned}$$

2025.04.25(金) こたえ

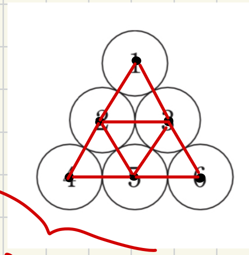
(8) 1から6までの数がかかれた同じ大きさの円が，図のように正三角形の形に並べられている。また，1から6までの数字が1つずつかかれた6枚のカードがある。この6枚のカードをよく切って，2枚を同時に引き，そこにかかれている数と同じ数字の円を2個選ぶ。このとき，選ばれた2個の円が隣り合う（接している）確率を求めなさい。ただし，どの2枚のカードを選ぶことも同様に確からしいものとする。




出典:2024 東日本国際大附属昌平

全部で $\frac{6\times5}{2\times1}=15$ 通り

えらばれた2円が隣り合う場合の数は
右の円の中心どうしを結んでできる
辺の本数と同じなので 9通り




全部で9本の辺ができる

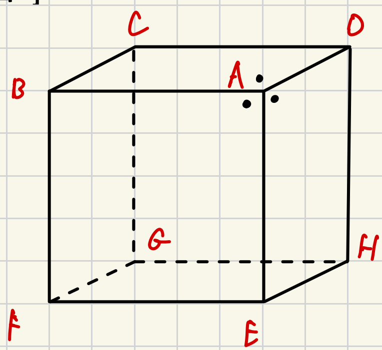
$\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

(もちろん樹形図などでもOK)

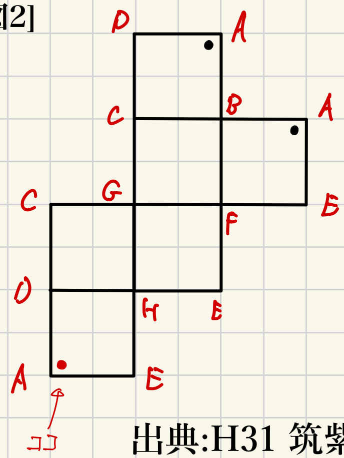
2025.04.26(土) のこたえ

図1のように、立方体の1つの頂点のまわりに3つの●を付け、それを展開したら図2のようになった。残りの1つの●を正しい位置に記入しなさい。

[図1]




[図2]




出典:H31 筑紫女学園

☆ 見取図と展開図に記号をつけると対応が分かりやすい!!

感覚に頼らない方法!!

2025.04.27(日) こたえ

(2) 満水の水そうから，排水管 A，B，C を使って排水します。A だけを使うと，水そうは 30 分で空(から)になります。A からは毎分 4L の割合で排水されます。 A : 4 L/分

① 水そうの容積は何 L か求めなさい。

② A と B を使うと，水そうは 12 分で空になり，A と B と C を使うと，水そうは 8 分で空になります。このとき，A と C を使うと毎分何 L の割合で排水されるか求めなさい。

出典:2020 尚絅学院 A日程

① 4 L/分 × 30分 = 120L

② AとBで 120 L ÷ 12分 = 10 L/分のペースで排水

⇒ Bは 6 L/分 のペース

AとBとC で 120L ÷ 8 = 15 L/分のペースで排水

⇒ Cは 15 − (4 + 6)

= 5 L/分 のペース

よって AとC では 毎分 4 + 5 = 9 L/分

2025.04.28(月) こたえ

$\sqrt{10x}+\sqrt{21y}$ を2乗すると自然数になるような、自然数(x,y)の組みのうち、x+yの最小値を求めよ。

出典:2021 城北

自然数

$(\sqrt{10x}+\sqrt{21y})^2 = 10x + 2\sqrt{210xy} + 21y$ より

これが自然数となるためには $\sqrt{210xy}$ が自然数とならなければいけない

$210 = 2\times3\times5\times7$ より $\sqrt{2\times3\times5\times7\times xy}$

$xy = 2\times3\times5\times7$ となればいい

このとき考えられる(x.y)の組は

$(x.y) = (1.210)(2.105)(3.70)(5.42)$

和 $x+y \to$ 211　107　73　47

$(7.60).(6.35)(10.21)(14.15)$

67　41　31　29

$x<y$ で考えてok

であり

最小は(14.15)のとき $\to x+y = \underline{29}$

2025、04、29(火) こたえ

5 下の表は，生徒10名に対して3ヶ月間で読んだ本の冊数をまとめたものである。このとき，次の各問いに答えなさい。

| 生徒番号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 本の冊数 | 11 | 15 | 20 | 14 | 10 | 12 | 10 | 13 | 10 | 15 |

(1) 読んだ本の冊数の平均値，中央値を求めなさい。

(2) ある1人の生徒の冊数が間違っていることがわかり，訂正した。その結果，平均値は12.5，中央値は12となった。このとき，間違っている生徒番号と正しい本の冊数を求めなさい。

出典:H30 奈良大附属

(1) 10人の合計は130冊より 130÷10人＝13

平均値：13冊

また資料を小さい順に並べると5人目、6人目の平均が中央値より

10 10 10 11 12 13 14 15 15 20

$\underbrace{12 \quad 13}$ この2人の平均

⇒ 中央値：12.5冊

(2) 平均値が−0.5冊.

└ 全体で −0.5×10 ＝ 5冊減

(誰か1人の資料が−5冊)

中央値が12.5冊 → 12冊となるので、訂正したのは

12、13、14、15 のどれか

元々：10 10 10 11 12 13 14 15 15 20

中央

12じゃない!!

−5冊

訂正：7 10 10 10 11 13 14 15 15 20

中央値12冊!!

よって 訂正したのは6番の生徒で 正しくは7冊

2025、04、30(水) こたえ

図1のように、辺ADの長さが5cmの平行四辺形ABCDに対し、∠BADの二等分線AEと∠ABCの二等分線BFの交点をGとします。次の問いに答えなさい。

出典:2021 札幌光星

問1 線分EFの長さが3cmのとき、辺ABの長さを求めなさい。

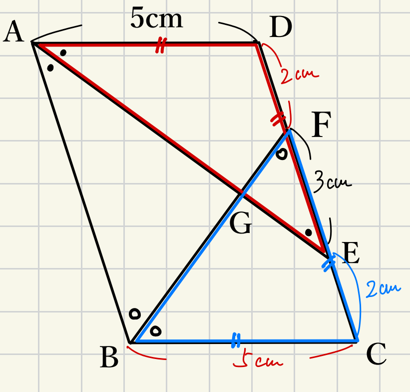



図1

錯角が等しい角度に注目して

△DAE と △CBF は二等辺三角形である

→ DE = FC = 5cm より

DF = CE = 2cm

⇓

DC = AB = 7cm

問2 図２のように、∠BAGの二等分線とBFとの交点をHとしたとき、∠AHGの大きさは∠GAHの大の4倍になりました。∠ABCの大きさを求めなさい。

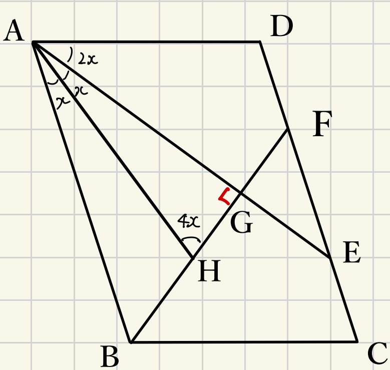



図2

同側内角という

上の図で. ●● + ○○ = 180° より

● + ○ = 90°

つまり ∠AGB = 90° である.

よって △AHG において x + 4x + 90° = 180°

x = 18°

∠BAD = 4×18 = 72° より

∠ABC = 108°

2025.05.01(木)こたえ

2021を素因数分解せよ。必要なら$2025=45^2$を利用せよ

出典:2021 岡山白陵

$$\begin{aligned}2021 &= 2025-4\\ &= 45^2-2^2\\ &= (45+2)(45-2)\\ &= \underline{47\times 43}\end{aligned}$$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
の利用

← どちらも素数なのでok

2025.05.02(金) こたえ

6つの面に書かれた数が2, 3, 5, 7, 11, 13である大小2つのさいころを同時に投げた時、出た目の数の和が素数となる確率を求めなさい。
ただし、どの面が出るのも同様に確からしいものとします。

出典:2019 東京電機大

さいころ2つ → 表で数える。(全36通り)

| | 2 | 3 | 5 | 7 | 11 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | | ○ | ○ | | ○ | |
| 3 | ○ | | | | | |
| 5 | ○ | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 11 | ○ | | | | | |
| 13 | | | | | | |

3.5.7.11.13 の
奇数どうしの和は
偶数になってしまうので
素数じゃなくなる。
⇓
2と奇数の和しかない!!

この6通り $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

2025.05.03 (土) こたえ

$3^{2021}$ の一の位を求めよ

出典:2021 岡山白陵

一の位

$3^1 = 3$ 　 3

$3^2 = 9$ 　 9

$3^3 = 27$ 　 7

$3^4 = 81$ 　 1

$3^5 = 243$ 　 3

$3^6 = 729$ 　 9

$\vdots$ 　 $\vdots$

3, 9, 7, 1 でくり返している

$2021 = 505 \times 4 + 1$

より、$3^{2021}$ の一の位は

3, 9, 7, 1 の 1 番目の数字

$\longrightarrow$ $\underline{3}$

2025. 05. 04 (日) こたえ

ある整数xを12で割ると余りが3となりました。このとき、xを2019倍した整数2019xを12で割った余りを求めなさい。

出典:2019 江戸川学園取手 第1回

整数 n をつかって $x = 12n + 3$ と表せる。このとき

$$2019x = 2019(12n+3)$$

$$= \underbrace{2019 \times 12n}_{\text{これは12の倍数}} + \underbrace{6057}_{504\times 12 + 9}$$

$$\begin{array}{r} 504 \\ 12\,\overline{)\,6057} \\ \underline{60\phantom{57}} \\ 57 \\ \underline{48} \\ 9 \end{array}$$

$$= 2019 \times 12n + 504 \times 12 + 9$$

$$= 12(2019n + 504) + 9$$

余り

より 9

☆ x は 12で割ると 3 余る

⇓

「2019x を 12で割ってでる余り」は

「3 × 2019 を 12で割ってでる余り」に等しい

2025. 05. 05 (月) こたえ

ある数a,bに対して[a , b]をaをbで割ったときの余りと約束する。例えば、a=5, b=3のとき、5÷3=1余り2なので[5 , 3]=2である。このとき、次の問いに答えなさい。

出典:2021 本庄東 推薦第 2 回

(1) [7 , 2]+[15 , 3]の値を求めなさい

(2) [[21 , 8] , [8 , 3]]の値を求めなさい

(3) [x , 12]=7を満たす100以下の2桁の自然数xは全部でいくつあるか求めなさい。

(1) [7, 2]… 7÷2 = 3 余り 1

[15, 3]… 15÷3 = 5 余り 0　　より

[7, 2] + [15, 3] = 1 + 0 = 1

(2) [21, 8]… 21÷8 = 2 余り 5

[8, 3]… 8÷3 = 2 余り 2　　より

[[21, 8], [8, 3]] = [5, 2] = 1

5÷2 = 2 余り 1

(3) [x, 12] = 7 → 整数nを使って x = 12n + 7 とかける

x は 100 以下の2桁の自然数 なので

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n : | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| x : | 19 | 31 | 43 | 55 | 67 | 79 | ~~103~~ |

19 = 12×1+7, 31 = 12×2+7 ------- 91 = 12×7+7

この 6個

2025.05.06 (火) こたえ

右図のように、3×3のマス目の縦の列、横の列それぞれに
1、2、3の数字を必ず1つずつ入れる方法は何通りあるか

(例)

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 1 |
| 1 | 2 | 3 |

★ 斜めはない!!

出典:2020 駿台甲府

1行ずつ 1 2 3 を入れていくことを考える

1行目の入れ方

(1 2 3)(1 3 2)(2 1 3)(2 3 1)(3 1 2)(3 2 1)

の6通りに対して2行目は

例えば
1行目が
(1 2 3)なら

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | 1 |
| 3 | 1 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 3 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 1 |

のように2通りある

3行目は、1・2行目に対して自動的に1通りに決まるので

$6 \times 2 \times 1 = $ 12通り

2025.05.07 (水) こたえ

正の整数a,bについて、$a^b$ の一の位の数を[a , b]と表します。
例えば、$2^4=16$なので[2 , 4]=6 です。次の各問いに答えなさい。

出典:2019 春日部共栄 第1回

(1) [3 , 5 ]の値を求めよ。

(2) [[2 , 5] , [5 , 6]]の値を求めよ。

(3) [7 , 2019]の値を求めよ。

(4) [n , n]=nとなるnは全部で何個あるか

5は何回かけても
一の位は5である

(1) $3^5 = 243$ より [3. 5] = 3

(2) $2^5 = 32$, $5^6 = \cdots 5$ より [2. 5] = 2, [5. 6] = 5

なので [[2.5], [5.6]] = [2. 5] = 2

(3)

| | 一の位 |
|---|---|
| $7^1 = 7$ → | 7 |
| $7^2 = 49$ → | 9 |
| $7^3 = 343$ → | 3 |
| $7^4 = 2401$ → | 1 |
| $7^5 = \cdots 7$ → | 7 |

7. 9. 3. 1 のくり返し.

2019 = 7 × 288 + 3 より

$7^{2019}$ の一の位は 3番目の 3

↓

[7, 2019] = 3

(4) [n, n] = n ← nは一桁の数である!!

| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^n$の一の位 | 1 | 4 | 7 | 6 | 5 | 6 | 3 | 6 | 9 |
| | $1^1$ | $2^2$ | $3^3$ | $4^4$ | $5^5$ | $6^6$ | $7^7$ | $8^8$ | $9^9$ |

右の表より n = 1. 5. 6. 9 の

4個

※(3)と同様に、くり返しに注目して調べていく。

2025. 05. 08 (木) こたえ

3つの数a,b,cから異なる2つを選んで平均値を求めたところ、15, 17, 19となった。
このときa,b,cのうち最も小さい数を求めよ。

出典:2021 國學院 一般第1回

$a < b < c$ として、平均値より

「平均値の最大は b, c の平均」に注意!!

$$\begin{cases} \dfrac{a+b}{2} = 15 \\ \dfrac{b+c}{2} = 19 \\ \dfrac{a+c}{2} = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 30 \\ b+c = 38 \quad \text{— ☆} \\ a+c = 34 \end{cases}$$

3つの式の和は

$+)$

$2a+2b+2c = 102$

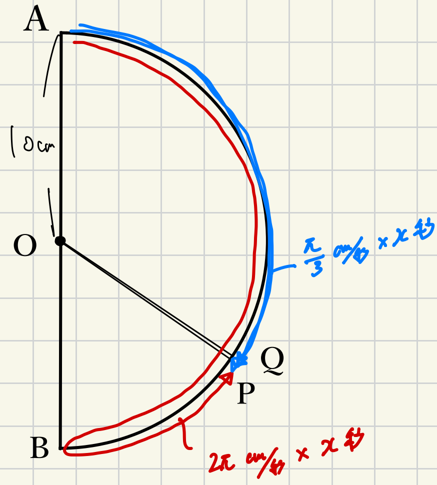
$\div 2$

$a+b+c = 51$

これと☆より $a + 38 = 51$, $a = 13$ よって最小は 13

2025.05.09 (金) こたえ

(1) 2点P，Qが重なるのは、出発してから何秒後か。




$\overset{\frown}{AB} = 20\pi \times \frac{1}{2} = 10\pi$ cm

PとQが重なるのは、Pが折り返しのときまで

⇒ Pの移動量 + Qの移動量 = $10\pi \times 2$ となる。

x秒後に重なるとして、 $2\pi x + \frac{\pi}{3}x = 20\pi$

↓

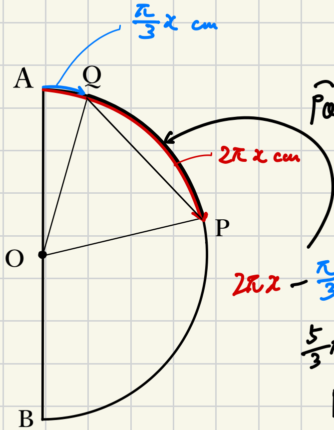
$x = \frac{60}{7}$ 秒後

(2) △OPQが正三角形となるのは出発してから何秒後か全て求めなさい。

中心角POQ = 60° のとき。

↳ このとき $\overset{\frown}{PQ} = 20\pi \times \frac{60}{360} = \frac{10}{3}\pi$ cm である。

以下の2パターンある。(x秒後として)

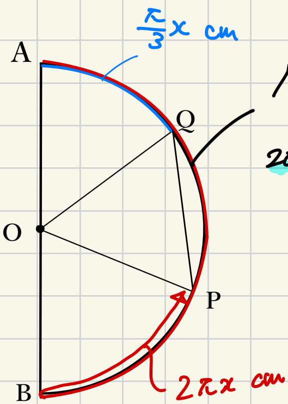



$\overset{\frown}{PQ}$の長さは

$2\pi x - \frac{\pi}{3}x = \frac{10}{3}\pi$

$\frac{5}{3}\pi x = \frac{10}{3}\pi$

$\boxed{x = 2}$




$\overset{\frown}{PQ}$の長さは

$20\pi - \left(\frac{\pi}{3}x + 2\pi x\right) = \frac{10}{3}\pi$

$\frac{7}{3}\pi x = \frac{50}{3}\pi$

$\boxed{x = \frac{50}{7}}$

半円の弧2個分から↑と↑の和を引いたものが$\overset{\frown}{PQ}$に等しい!

よって 2秒後, $\frac{50}{7}$ 秒後.

2025. 05. 10 (土) こたえ

$\sqrt{2}=1.41421356\ldots$ の小数第一位の数を4から6に変えた数をa,
小数第一位の数を4から2に変えた数をbとするとき、次の値を求めよ。

(1) a

(2) ab

出典:2021 國學院 一般第1回

aは… $1.4|421356\cdots$

$\Downarrow$ +0.2すればよい

$1.6|421356\cdots$

つまり $a=\sqrt{2}+0.2$

bは… $1.4|421356\cdots$

$\Downarrow$ −0.2すればよい

$1.2|421356\cdots$

つまり $b=\sqrt{2}-0.2$

(1) $a=\underline{\sqrt{2}+0.2}$ $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{5}\right)$でも

(2) $ab=(\sqrt{2}+0.2)(\sqrt{2}-0.2)$

$=(\sqrt{2})^2-(0.2)^2$

$=2-0.04$ $=\underline{1.96}$ $\left(\frac{49}{25}\right)$

2025. 05. 11 (日)

約分すると$\frac{3}{4}$になる分数Aがある。Aの分母、分子からそれぞれ6を引いた分数を約分すると$\frac{5}{7}$になる。Aを求めよ。

出典:H15 浦和明の星女子

自然数 $n$ として $A=\frac{3n}{4n}$ と表せる。

分母分子から6を引くと $\frac{3n-6}{4n-6}$ となり、これが $\frac{5}{7}$ に等しいので

$$\frac{3n-6}{4n-6}=\frac{5}{7}$$

$$7(3n-6)=5(4n-6)$$

$$21n-42=20n-30$$

$$n=12$$

よって $A=\frac{36}{48}$

2025. 05. 12 (月)

8864を2桁の自然数nで割ると44余り、商はある自然数の平方になった。
nの値を求めなさい。

出典:2020 帝塚山学院泉ヶ丘

$m^2$とする.

$8864 = nm^2 + 44$ とかける ($n > 44$ に注意)

$nm^2 = 8820$ となる. $8820 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ より

$m^2$の候補は以下。各々に対し、nの値は

$m^2 = (2 \times 3 \times 7)^2 \longrightarrow n = 5$

$m^2 = (3 \times 7)^2 \longrightarrow n = 2^2 \times 5$

$m^2 = (2 \times 7)^2 \longrightarrow n = 3^2 \times 5$

$m^2 = (2 \times 3)^2 \longrightarrow n = 7^2 \times 5$

$m^2 = 7^2 \longrightarrow n = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$m^2 = 3^2 \longrightarrow n = 2^2 \times 5 \times 7^2$

$m^2 = 2^2 \longrightarrow n = 3^2 \times 5 \times 7^2$

この中で
- nは2桁
- $n > 44$

を満たすのは

$n = 3^2 \times 5$

$n = 45$ のみ!!

2025.05.13(火) こたえ

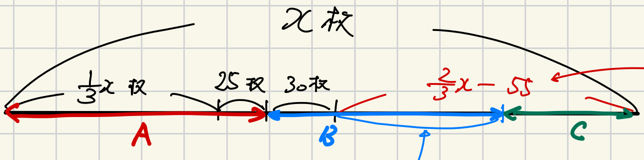
**3** A，B，C の 3 人が全部で $x$ 枚あるカードを分け合った。まず，A は全体の $\frac{1}{3}$ の枚数を受け取った後，さらに 25 枚受け取った。次に，B は 30 枚受け取った後，さらに残りの枚数の 6 割を受け取った。最後に，残りのカードのすべてを C が受け取った。

次の各問いに答えよ。

(1) B が受け取ったカードの枚数の合計を $x$ を用いて表せ。

(2) C が受け取ったカードが 46 枚だったとき，$x$ の値を求めよ。

出典:2020 京華




☆の部分.

$x-\left(\frac{1}{3}x+25+30\right)$

$=\frac{2}{3}x-55$

残りの枚数の6割… $\frac{6}{10}\left(\frac{2}{3}x-55\right)$

(1) Bが受けとったのは ↔ の部分

$$30+\frac{6}{10}\left(\frac{2}{3}x-55\right)=\frac{2}{5}x-3 \text{ 枚}$$

(2) Cは ↔ の部分.

(全体)−(Aの枚数)−(Bの枚数)で求める.

$$x-\left(\frac{1}{3}x+25\right)-\left(\frac{2}{5}x-3\right)=\frac{4}{15}x-22 \text{ 枚.}$$

これが46枚に等しいので

$$\frac{4}{15}x-22=46$$

$$\frac{4}{15}x=68$$

$$x=68\times\frac{15}{4}$$

$$x=255$$

2025. 05. 14 (水) こたえ

(1) $\begin{cases} 7x+11y=126 & \text{—①} \\ 11x+7y=126 & \text{—②} \end{cases}$

出典:2025 成城学園

①+②は $18x+18y=252$

$\downarrow \div 18$

$x+y=14$ —③

①−②は $-4x+4y=0.$

$\downarrow \div 4$、移項

$x=y$ —④

④を③に代入!!

$x+x=14$

$x=7$、$y=7$

(2) $\begin{cases} 5x+11y=43 & \text{—①} \\ 7x+13y=53 & \text{—②} \end{cases}$

出典:H28 駒沢大

①+②は $12x+24y=96$

$\downarrow \div 12$

$x+2y=8$

②−①は $2x+2y=10$

$\downarrow \div 2$

$x+y=5$

$$\begin{array}{rl} & x+2y=8 \\ -) & x+y=5 \\ \hline & y=3. \end{array}$$

$x=2$、$y=3$

2025.05.15(木) こたえ

1個432円のケーキAと1個540円のケーキBがある。ケーキAをx個、ケーキBをy個買うと代金の合計は5724円①である。また、ケーキAをy個、ケーキBをx個買うと代金の合計は5940円②である。x、yの値を求めよ。

出典:2020 川越東 併願②

① より → ② より →
$$\begin{cases} 432x + 540y = 5724 \\ 540x + 432y = 5940 \end{cases}$$

普通に解くとメンドい？

2式の…

和は
$$972x + 972y = 11664$$
$\div 972$
$$x + y = 12$$

差は
$$-108x + 108y = -216$$
$$-x + y = -2$$

$x = 7,\ y = 5$

☆ 432、540の最大公約数は108なのでそれで割ってもいいね

2025.05.16(金) こたえ

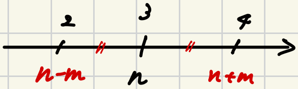
問５　５つの異なる自然数がある。それら５つの数の平均値と小さい方から３番目の数は等しい。また，小さい方から２番目と４番目の数の平均値も小さい方から３番目の数に等しい。最も小さい数が 30 であるとき，次の各問いに答えなさい。☆

(1)　小さい方から３番目の数を $n$ としたとき，最も大きい数を $n$ を用いて表しなさい。

(2)　☆小さい方から２番目の数と最も大きい数の比は２：３である。また，最も小さい数を３倍すると，小さい方から３番目と４番目の和に等しい。☆ ５つの数の和を求めなさい。

出典:2021 専修大附属

(1) ☆より　2番目を $n-m$ とすると，4番目は $n+m$ となる。




条件をまとめると

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 30 | $n-m$ | $n$ | $n+m$ | □ |

全体の平均は $n$ ⇒ 5つの数の合計は $5n$ より

5番目の数□は　$5n-(30+(n-m)+n+(n+m))$

$=5n-(30+3n)$

$=\underline{2n-30}$

(2)

$$\begin{cases} (n-m):(2n-30)=2:3 \\ 3\times 30 = n+(n+m) \end{cases}$$

☆より

☆より

これを解いて　$n=42,\ m=6$　　よって5つの数の和は

$42\times 5=\underline{210}$

2025.05.17(土) こたえ

粘土でできた表面積が16$\pi$である球を体積の等しい8つの小球に分割するとき、8つの小球の表面積の和を求めなさい。

出典:2022 中央大附属

最初の球の半径を$r$とすると

$4\pi r^2 = 16\pi$

$r^2 = 4 \quad (r>0)$

$r = 2$ より

体積は

$\frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi$ cm$^3$

これを8分割して

1つの小球の体積は $\frac{4}{3}\pi$ cm$^3$

よって小球の半径は 1 cm

1つの小球の表面積は $4\pi \times 1^2 = 4\pi$ cm$^2$

これが8つ分なので $4\pi \times 8 = 32\pi$ cm$^2$

※ 体積を8分割

(もとの球の体積):(1つの小球の体積)

$8 : 1$

$(2^3 : 1^3)$

より 相似比 $2 : 1$ だから

表面積の比は $4 : 1$ → 小球の表面積は

$(2^2 : 1^2)$

1つ $16\pi \times \frac{1}{4} = 4\pi$

×8つ分

$32\pi$ でもいい

2025. 05. 18(日) こたえ

連立方程式 $\begin{cases} ax+by=-9 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ の解がx=p，y=q ☆

連立方程式 $\begin{cases} 4x+y=1 \\ bx-ay=-20 \end{cases}$ の解がx=p+q，y=p-qであるとき、a,bの値を求めよ ☆

出典:2021 近畿大学附属

☆より $\begin{cases} ap+bq=-9 & \text{①} \\ 2p-q=7 \end{cases}$　☆より $\begin{cases} 4(p+q)+(p-q)=1 \\ b(p+q)-a(p-q)=-20 & \text{②} \end{cases}$

$\begin{cases} 2p-q=7 \\ 4(p+q)+(p-q)=1 \end{cases}$

これを解いて

$p=2,\ q=-3$

①, ②に代入して

$\begin{cases} 2a-3b=-9 \\ -5a-b=-20 \end{cases}$ これを解いて $a=3,\ b=5$

2025.05.19(月) こたえ

x, yについての連立方程式 $\begin{cases} 6x+7y=11 \\ ax-y=-1 \end{cases}$ …①, $\begin{cases} 3x+4y=13 \\ 2x+by=-4 \end{cases}$ …②

があります。②の解は①の解よりxが4だけ小さく、yが5だけ大きいとき、a, bの値を求めなさい。

出典:2024 明大中野

② の解を $x'$、$y'$ としたとき

$\begin{cases} 3x'+4y'=13 \\ 2x'+by'=-4 \end{cases}$ …② となり

$2x'+by'=-4$ …④

$\begin{cases} 6x+7y=11 \\ ax-y=-1 \end{cases}$ …①

$ax-y=-1$ …③

の x. y に対して $x'=x-4$ , $y'=y+5$ となる.

$\begin{cases} 6x+7y=11 \\ 3(x-4)+4(y+5)=13 \end{cases}$

これを解いて

$(x, y)=(3, -1)$ ← ①の解

⇓

$(x', y')=(-1, 4)$ ← ②の解

これらを①、②の2つ目の式に代入すると

$\begin{cases} 3a-(-1)=-1 & \text{③} \\ 2\times(-1)+4b=-4 & \text{④} \end{cases}$

より $a=-\frac{2}{3}$, $b=-\frac{1}{2}$

2025.05.20(火)こたえ

$\sqrt{6x}$ が7で割ると6余る2けたの自然数となるとき、最小の自然数xの値を求めなさい。

☆

出典:H30 京都女子

$\sqrt{6x}$ が自然数となる → $x = 6\times ●^2$ の形であり

このとき $\sqrt{6x} = \sqrt{6^2\times ●^2} = 6\times ●$ となる。

つまり $\sqrt{6x}$ は2けたの6の倍数である。

☆をみたす数は小さい方から順に

13、20、27、34、41、48、55、62、69、76、83、90、97

うち、6の倍数は 48、90 だが、$x$ が最小になるのは

$\sqrt{6x} = 48$ となるとき。

よって $x = 6\times 8^2 = \underline{384}$

2025.05.21 (水) こたえ

Nを3けたの正の整数とする。
Nの各位の数の順番を入れかえてできる3けたの数すべての和は2442になる。☆
Nの百の位をa，十の位をb，一の位をc（ただし、$0<a<b<c$）とする。☆
次の問いに答えなさい。

(1) Nの各位の数の順序を入れかえてできる数の中で一の位の数がaであるものはいくつあるか。
(2) a+b+c の値を求めなさい。
(3) Nをすべて求めなさい。

出典:H28 開智 第1回

百　十　一

(a, b, c) と表すとして

(1) (b, c, a) と (c, b, a) の $\underline{2つ}$

a, b, cはそれぞれ百、十、一の位に2回ずつ表れる!!

(2)
$$
\begin{aligned}
(a, b, c) &= 100a + 10b + c\\
(a, c, b) &= 100a + 10c + b\\
(b, a, c) &= 100b + 10a + c\\
(b, c, a) &= 100b + 10c + a\\
(c, a, b) &= 100c + 10a + b\\
(c, b, a) &= 100c + 10b + a
\end{aligned}
$$

の6つあり、和は $222(a+b+c)$

☆より

$222(a+b+c)=2442$

↓ ÷222

$\underline{a+b+c=11}$

(3) (2)より $a+b+c=11$ かつ ☆より $0<a<b<c$ これを満たすのは

(1, 2, 8)(1, 3, 7)(1, 4, 6)(2, 3, 6)(2, 4, 5) の5つ

⇓

$\underline{128、137、146、236、245}$

2025.05.22(木)こたえ

2つの関数 $y=\frac{4}{3}x$ と $y=ax+b$ は、xの変域が0≦x≦6のときyの変域が等しく、この関数のグラフは1点で交わる。☆ この交点を反比例 $y=\frac{c}{x}$ のグラフが通るとき、cの値を求めよ。

出典:2022 和洋国府台女子

$y=\frac{4}{3}x$ の変域は $0 \leqq x \leqq 6$ に対して $0 \leqq y \leqq 8$.

・$a>0$ のとき　$y=ax+b$ のグラフは $(0,0)(6,8)$ を通る。このとき
$a=\frac{4}{3}$, $b=0$ であり $y=\frac{4}{3}x$ そのものだが
これは☆に反する.

$a>0$ だと
$0 \leqq x \leqq 6$
対応する
$0 \leqq y \leqq 8$

・$a<0$ のとき　$y=ax+b$ のグラフは $(0,8)(6,0)$ を通る。このとき
$a=-\frac{4}{3}$, $b=8$ となり $y=-\frac{4}{3}x+8$
これと $y=\frac{4}{3}x$ との交点は $(3,4)$

$a<0$ だと
$0 \leqq x \leqq 6$
対応する
$0 \leqq y \leqq 8$

これを $y=\frac{c}{x}$ のグラフが通るので → $c=12$

2025. 05. 23 (金) こたえ

| 冊数(冊) | 人数(人) |
|---|---|
| 0 | 4 |
| 1 | 9 |
| 2 | x |
| 3 | 6 |
| 4 | 11 |
| 5 | y |
| 合計 | 40 |

右表は、A中学校の3年生40人を対象に、冬休みに読んだ本の冊数を調べた結果を整理したものである。
平均値が2.8冊のとき、表中のx, yの値を求めよ。

出典:2019 専修大松戸 前期17日

合計人数より

$4+9+x+6+11+y=40$

$x+y=10$ ——①

平均2.8冊 より

⇕

合計112冊

(2.8×40人)

$0\times4+1\times9+2\times x+3\times6+4\times11+5\times y=112$

$2x+5y=41$ ——②

①、②を連立させて、 $x=3,\ y=7$

2025.05.24(土) こたえ

次の表は、生徒11人でゲームをしたときの得点の結果です。

| 生徒 | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得点(点) | 1 | 3 | 6 | 1 | a | 1 | b | 5 | 7 | 10 | 8 |

11人全員の得点の中央値が6点、平均値が5点であるとき、a，bの値を求めなさい。ただし、a≦bとします。

出典:2025 帝塚山

$a+b+42=5\times 11$

$a+b=13$ — ☆

a.b以外を小さい順に並べると

1. 1. 1. 3. 5. 6. 7. 8. 10

中央値は 5. これが中央値6になるには aもbも 6以上でなくてはならない

☆ より $a=6.\ b=7$

2025.05.25(日) こたえ

a, bを自然数とするとき、$a^2 - b^2 = 63$となるa, bの組(a, b)は全部で何通りか。

出典:2019 日大習志野

$(a+b)(a-b) = 63$ $\begin{cases} 63 \times 1 \\ 21 \times 3 \\ 9 \times 7 \end{cases}$ より

大　小

$\begin{cases} a+b = 63 \\ a-b = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a+b = 21 \\ a-b = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} a+b = 9 \\ a-b = 7 \end{cases}$

$\Downarrow$ $\Downarrow$ $\Downarrow$

$(a, b) = (32, 31)$ $(a, b) = (12, 9)$ $(a, b) = (8, 1)$

の 3通り

2025.05.26(月)こたえ

$N = 2020 - \sqrt{218x}$とする。Nが整数となるとき、Nの絶対値の最小値を求めなさい。ただし、xは自然数とする。

出典:2020 函館ラ・サール 一般

$\underbrace{\sqrt{218x}}$ が整数になるもののうち、なるべく2020に近いものを調べる

$x = 218 \times ●^2$ の形を調べていく。

$\sqrt{218x}$ で2020に近い$x$の候補は $x = 218 \times 9^2$, $218 \times 10^2$ あたり

$x = 218 \times 9^2$ のとき $N = 2020 - \overbrace{218 \times 9}^{1962} = 58$

$x = 218 \times 10^2$ 〃 $N = 2020 - \underbrace{218 \times 10}_{2180} = -160$

絶対値が小さいのは58の方

よって最小値は 58

2025.05.27(火)こたえ

ある店の客数を1月、2月、3月の3ヶ月間にわたって調べた。2月の客数について、男性の客数は1月より10%減少し、女性の客数は1月より10%増加し、全体としては1月より1%減少した。また、3月の客数は2月の客数より2割増加した。2月の客数が1月の客数より30人減少したとして、次の各問いに答えよ。

出典:2018 滝

(1) 3月の客数を求めよ

(2) 2月の女性の客数を求めよ

(1) ☆より　1月 ⟶ 2月

1%減

$\parallel$

30人にあたる

1月の人数は $30 \div 0.01 = 3000$人

よって2月は $3000 - 30 = 2970$人

☆より 3月は $2970 \times 1.2 = 3564$人

(2) 1月の男性$x$人，女性$y$人として，$x + y = 3000$ (1月の合計人数)

1月 → 2月の増減に注目して ☆より $-0.1x + 0.1y = -30$

二式を連立させて $x = 1650$, $y = 1350$ 1月の女性

$\times 1.1$ (1割増)

2月の女性 1485人

2025. 05. 28 (水) こたえ

$\sqrt{n^2+40}$ が整数となるような正の整数nをすべて求めよ。

出典:H28 法政大女子

$m$ を整数として $\sqrt{n^2+40}=m$ つまり

※ $m, n$ は自然数

$n^2+40=m^2$ となれば いい

変形して $m^2-n^2=40$

$(m+n)(m-n)=40$

大 小

$$\begin{cases} 40\times1 \\ 20\times2 \\ 10\times4 \\ 8\times5 \end{cases}$$

$\cancel{\begin{cases} m+n=40 \\ m-n=1 \end{cases}}$

$m, n$ は自然数にならない

$\begin{cases} m+n=20 \\ m-n=2 \end{cases}$ ↓ $(m, n)=(11, 9)$

$\begin{cases} m+n=10 \\ m-n=4 \end{cases}$ ↓ $(m, n)=(7, 3)$

$\cancel{\begin{cases} m+n=8 \\ m-n=5 \end{cases}}$

$m, n$ は自然数にならない

よって $\underline{n=9, 3}$

☆ $\begin{cases} m+n=○ \\ m-n=△ \end{cases}$ の解は ○ と △ を

足して2で割ると $m$

ひいて2で割ると $n$ となる!!

2025.05.29(木)こたえ

200人の生徒を対象に、1年間に読んだ本の冊数について調査を行った。表は、この調査結果を階級の幅を10冊としてまとめたときの、各階級の累積相対度数を示したものである。次の問いに答えよ。

出典:2025 芝浦工大柏 第1回

| 冊数(冊) 以上 未満 | 累積相対度数 |
|---|---|
| 0〜10 | 0.07 |
| 10〜20 | a |
| 20〜30 | 0.53 |
| 30〜40 | 0.82 |
| 40〜50 | 0.96 |
| 50〜60 | 1.00 |

(1) 40冊以上の本を読んだ生徒の割合は何%か。
(2) 読んだ本の冊数が10冊以上20冊未満の生徒数は、20冊以上30冊未満の生徒数の2倍より10人少なかった。このときaの値をを求めよ。

(1) 40冊以上の相対度数は $1.00-0.82=0.18$
より 18%

(2)
☆ 10冊以上20冊未満の相対度数は $a-0.07$
10人は相対度数 $10\div200=0.05$ である。
20冊以上30冊未満の相対度数は $0.53-a$

よって $a-0.07=2(0.53-a)-0.05$
↓
$a=0.36$

2025.05.30(金)こたえ

問題A, B, Cがそれぞれ2点、3点、5点の10点満点のテストを30人のクラスで行った。下の表はその結果を表したものである。問題Aの正解者が20人であるとき、問題Cの正解者は何人か求めよ。

出典:2018 清陵

| 得点(点) | 0 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 人数(人) | 0 | 3 | 4 | 8 | 9 | 4 | 2 | 30 |
| | | A | B | AB or C | AC | BC | ABC | |

得点のとり方はそれぞれ

A と C の正解者はそれぞれ

| | | A | C |
|---|---|---|---|
| 0点 | → なし | | |
| 2点 | → Aのみ | 3人 | 0人 |
| 3点 | → Bのみ | 0人 | 0人 |
| 5点 | → AとB or Cのみ | 6人 | ⇒ 2人 |
| 7点 | → AとC | 9人 | 9人 |
| 8点 | → BとC | 0人 | 4人 |
| 10点 | → AとBとC | 2人 | 2人 |
| | 計 | 20人 | 17人 |

よって 17人

2025.05.31(土) こたえ

2の累乗を分母とする既約分数(それ以上約分できない分数)を次のように並べたとき、100番目の分数を求めなさい。

出典:2020 開智未来

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{1コ},\ \underbrace{\frac{1}{4},\ \frac{3}{4}}_{2コ},\ \underbrace{\frac{1}{8},\ \frac{3}{8},\ \frac{5}{8},\ \frac{7}{8}}_{4コ},\ \underbrace{\frac{1}{16},\ \cdots\ \frac{15}{16}}_{8コ}$$

2で割れない ⇒ 分子には奇数が並ぶ

同じ分母でグループ分けしたとき、第nグループの分母は $2^n$ となる.

それぞれのグループの個数を足して

$$\overset{n=1}{1} + \overset{2}{2} + \overset{3}{4} + \overset{4}{8} + \overset{5}{16} + \overset{6}{32} = 63個より$$

100−63

100番目は第7グループ(分母は $2^7 = 128$)の37番目に現れる.

分子は37番目の奇数 → $2 \times 37 - 1 = 73$ ⇒ $\frac{73}{128}$