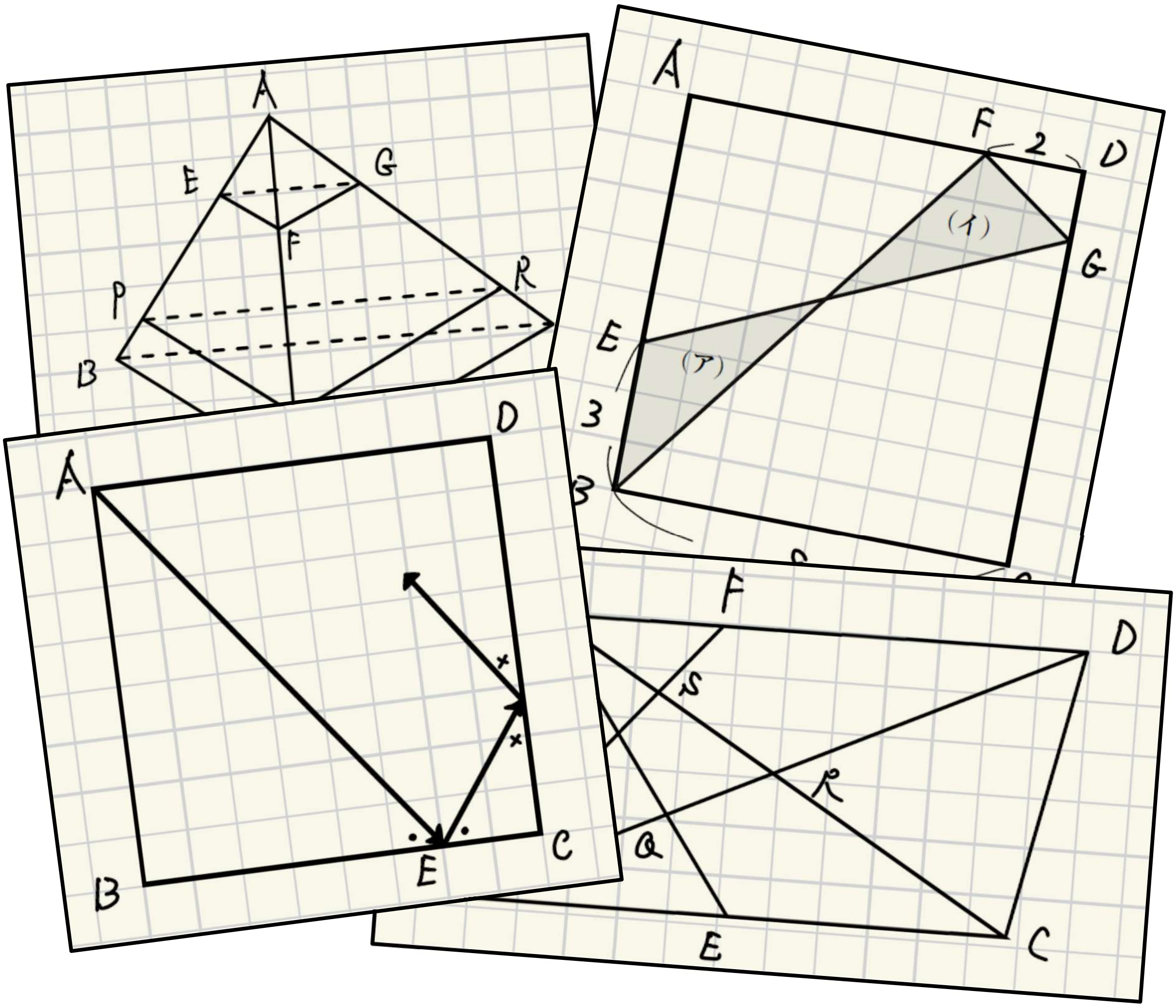
EIMEIグループ受験対策テキスト

入試レベルの相似な図形

こたえ冊子



校舎(　　　　　　)名前(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

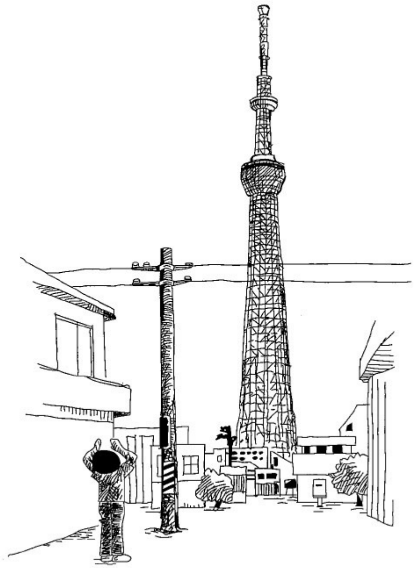
※問題冊子のテキストに挟んでおきましょう

2025.10.15(水) こたえ

(10) Sさんは，近くに完成した高さ634 mの新タワーまでの距離を，高さ12.5 mの電柱を目印にして求めようと考えました。Sさんは，電柱の先端と新タワーの先端が一致して見える位置に立ち，その位置から電柱までの距離を測ったら，ちょうど10 mでした。

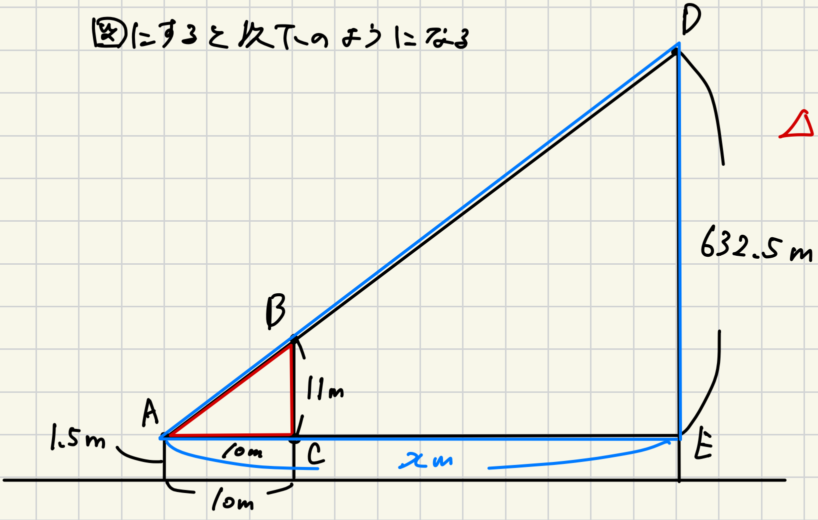
このとき，Sさんが立っている位置から新タワーまでの距離は何mかを求めなさい。

ただし，Sさんの目の高さを1.5 mとします。また，Sさん，電柱，新タワーは，同じ平面上に垂直にたっており，それぞれの幅や厚みは考えないものとします。（5点）



出典:H24 埼玉県

図にすると次のようになる



△ABC ∽ △ADE より

求めるキョリ x m として

↓

$10 : x = 11 : 632.5$

コレを解いて

$x = 575$

よって 575m

2025.10.16(木) こたえ

(6) 図の△ABC で，線分 MH の長さを求めよ。

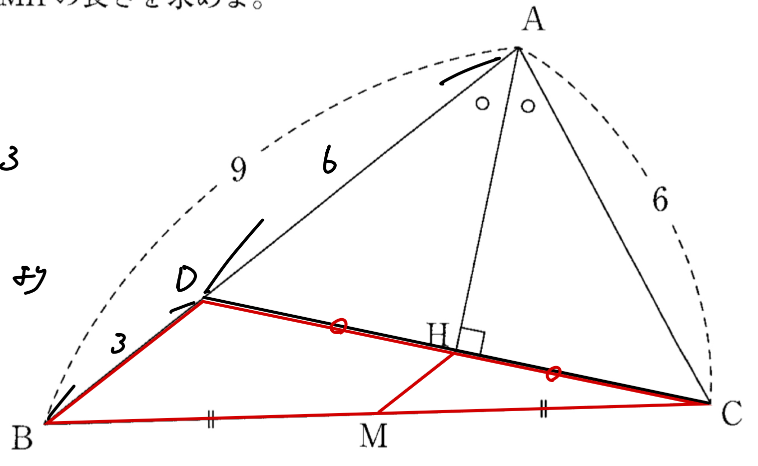
$\triangle ADH \equiv \triangle ACH$ より

$AD = 6 \rightarrow BD = 3$

かつ $DH = CH$

$\triangle CDB$で 中点連結定理 より

$MH = \frac{3}{2}$



出典:2017 桐光学園 第1回

おまけ

(6) 図の△ABC で，線分 MH の長さを求めよ。

AHを延長してAIをつくる

$\triangle IHM \sim \triangle IAB$ より

$IB : IM = \frac{3}{2} : 9 = 1 : 6$

すなわち $BM : MI = 5 : 1$

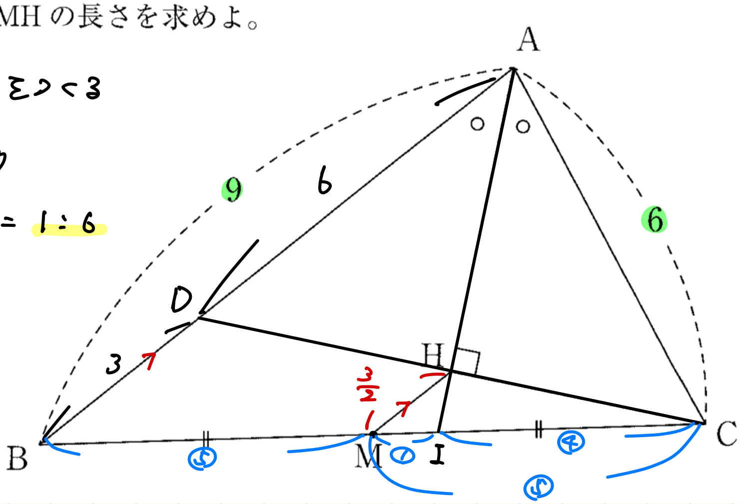
これと $BM = CM$ より

$BI : IC = 6 : 4$

$= 3 : 2$

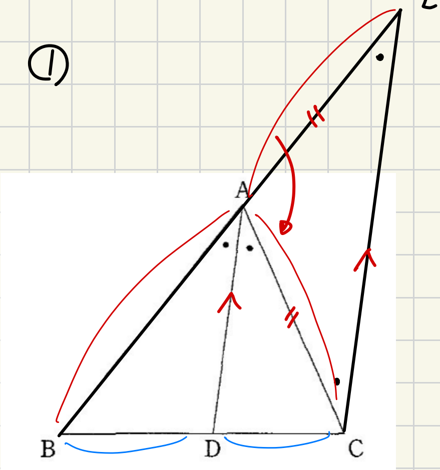
$\parallel$

$AB : AC$ となっており「角の二等分線定理」が成り立っている!!



2025.10.17(金) こたえ　　　　出典:H30 埼玉県 学校選択問題

①



点Cを通り、ADに平行な直線と
BAの延長との交点をEとする。

AD∥ECより　∠BAD＝∠AEC（同位角）
　　　　　　∠CAD＝∠ACE（錯角）

仮定より　∠BAD＝∠CAD

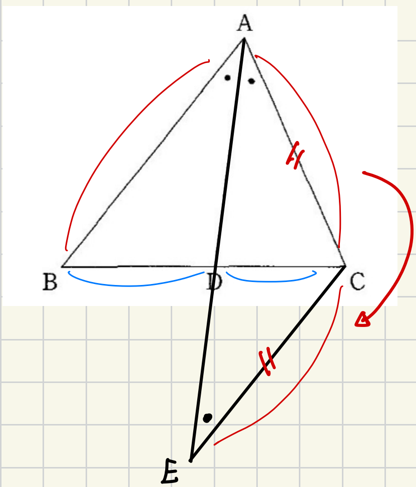
よって　∠AEC＝∠ACE より

△ACEは AC＝AE の二等辺三角形

AD∥EC より　AB：AE＝BD：DC

よって　AB：AC＝BD：DC //

②



別　ADを延長して AB∥CE となる
Eをとると。

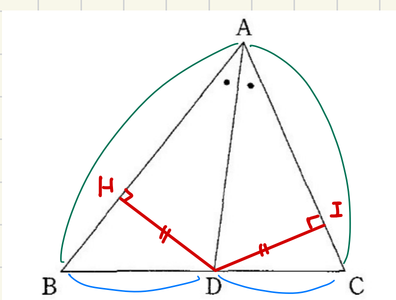
△AECは二等辺三角形.

↓

AB：AC＝AB：CE＝BD：DC

でもok

③



別　DからAB、ACへの垂線 DH，DI をひく。
このとき △ADH≡△ACI（斜辺と1つの鋭角）
より　DH＝DI　　よって高さが等しいので

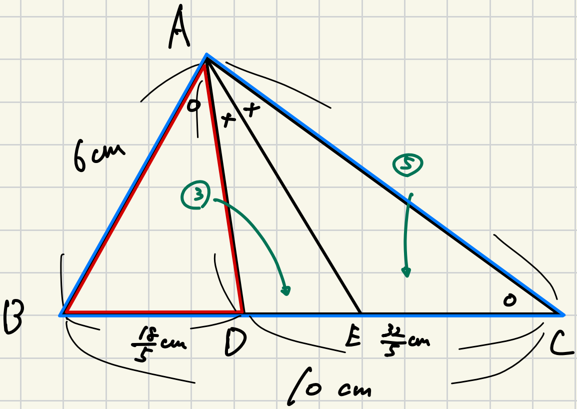
△ABD：△ACI ＝ AB：AC　　一方で
△ABD：△ACI ＝ BD：DC　　でもあるので

AB：AC ＝ BD：DC //

2025.10.18(土) こたえ

次の図において、AB=6cm、BC=10cm、∠BAD=∠ACB、∠DAE=∠EAC
であるとき、DEの長さを求めなさい。

出典:2021 立命館 後期



相似比 3:5

$\triangle BAD \sim \triangle BCA$ より

$\underset{BA}{6} : \underset{BC}{10} = BD : \underset{BA}{6}$

⇓

$BD = \frac{18}{5}$ cm

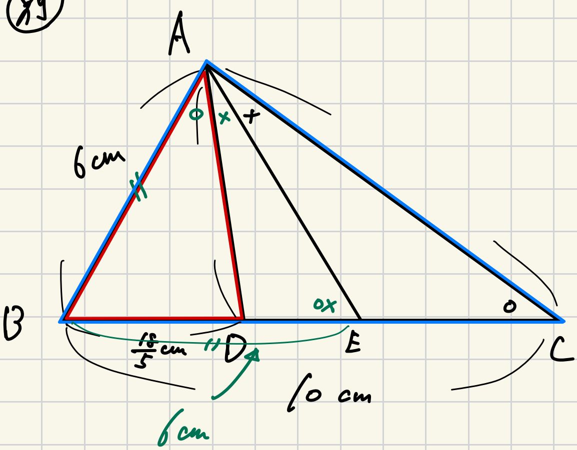
よって $DC = 10 - \frac{18}{5} = \frac{32}{5}$ cm

また $DA : AC = 3 : 5$ で

角の二等分線定理より $DE : EC = 3 : 5$

よって $DE = \frac{32}{5}\text{cm} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{5}$ cm

別



$\angle AEB = \times + \circ$ (外角) より

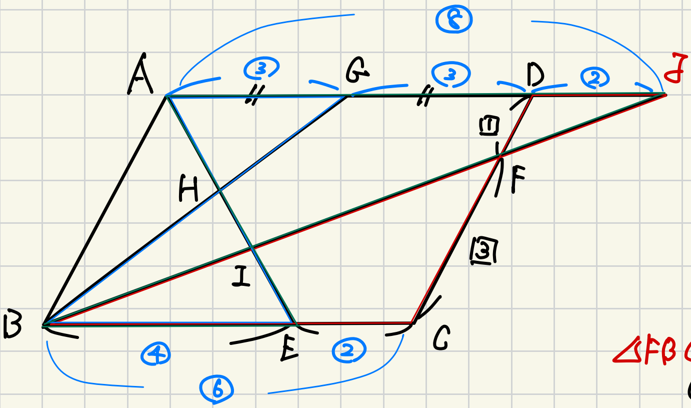
$\triangle BAE$ は 二等辺三角形.

よって $DE = 6 - \frac{18}{5} = \frac{12}{5}$ cm

2025.10.19(日)こたえ

下の図のように平行四辺形ABCDにおいて、BE：EC=2：1.、CF：FD=3：1、GはADの中点である。AEがBG、BFと交わる点をそれぞれH、Iとするとき、AE：HIを最も簡単な整数の比で表しなさい。

出典:2020 法政大第二



ADとBFの交点をJとする。

BE : EC = 2 : 1 より

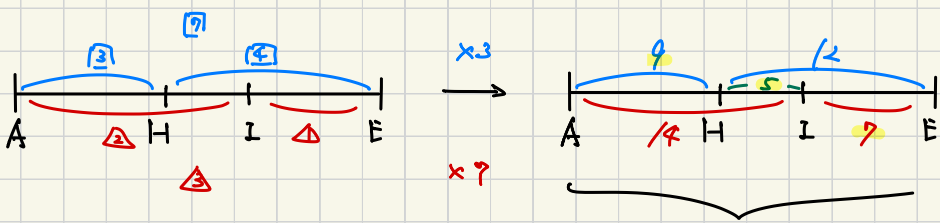
BE = ④ , CE = ② とすると

AG = GE = ③ となり

△FBC∽△FJD より DJ = ② となる
(3 : 1)

△AHG∽△EHB より AH : HE = 3 : 4

△AIJ∽△EIB より AI : IE = ⑧ : ④ = 2 : 1



AH : HI : IE = 9 : 5 : 7 である。

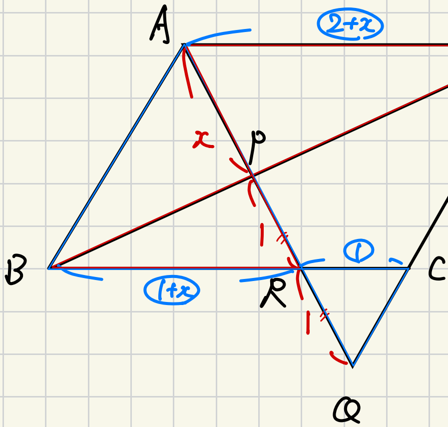
よって AE : HI = 21 : 5

2025.10.20(月) こたえ

図のように、平行四辺形ABCDの対線BD上に点Pをとり、直線APと辺BCとの交点をR、直線APと辺DCの延長線との交点をQとします。PR=QRのとき（APの長さ）＝（QRの長さ）× x を満たすxの値を求めなさい。

出典:2021 中央大杉並

$QR=1$ として、$AP=x$ となる。



$\triangle ABR \sim \triangle QCR$ より

$BR:RC=(1+x):1$

↓

$AD=2+x$ となるので

$\triangle APD \sim \triangle RPB$ より

$x:1=(2+x):(1+x)$

↓

$x(1+x)=2+x$

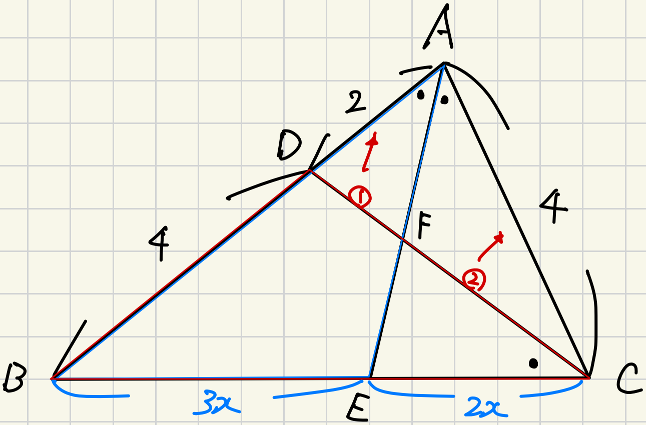
$x^2=2$　　$x>0$ より

$x=\sqrt{2}$

2025.10.21(火) こたえ

下の図のように、辺AB上に点D、辺BC上に点Eをとり、AEとCDの交点をFとする。AC=BD=4、∠BAE=∠EAC=∠DCB，CF：FD=2:1であるとき、BEの長さを求めよ。

出典:2024 城北 一般



△ADCで角の二等分線定理より

AD = 2 となる。また、

△ABCで同様に

→ BE : EC = 3 : 2 となる。

ここで

BE = $3x$, EC = $2x$ とおく。

△BDC ∽ △BEA より $4 : 3x = 5x : 6$

$$15x^2 = 24$$

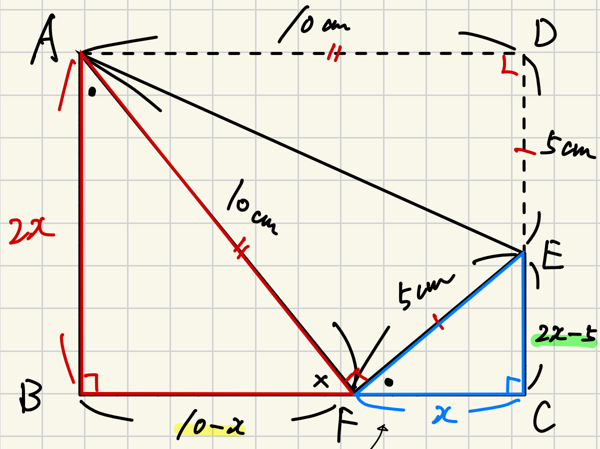
$$x^2 = \frac{8}{5} \quad (x>0)$$

$x = \frac{2}{5}\sqrt{10}$ より，$BE = \frac{6}{5}\sqrt{10}$ ($\times 3$)

2025. 10. 22 (水) こたえ

右の図のように、長方形ABCDを、頂点Dが辺 BC上の点Fと重なるように AEを折り目として折りました。AD=10cm、DE=5cmのとき、辺ABの長さを求めなさい。

出典:2025 城北埼玉II



折り返しで AF=10cm, FE=5cm

△ABF ∽ △FCE (相似比 2:1)

より. AB = 2x とすると FC=x で

BF = 10−x cm

CE = 2x−5 cm となる.

これらの比を 2:1 なので.

(△ABFの外角に注目すると

$\angle BAC + 90^\circ = 90^\circ + \angle EFC$

$\angle BAC = \angle EFC$ となる)

$$(10-x):(2x-5) = 2:1$$

$$4x - 10 = 10 - x$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

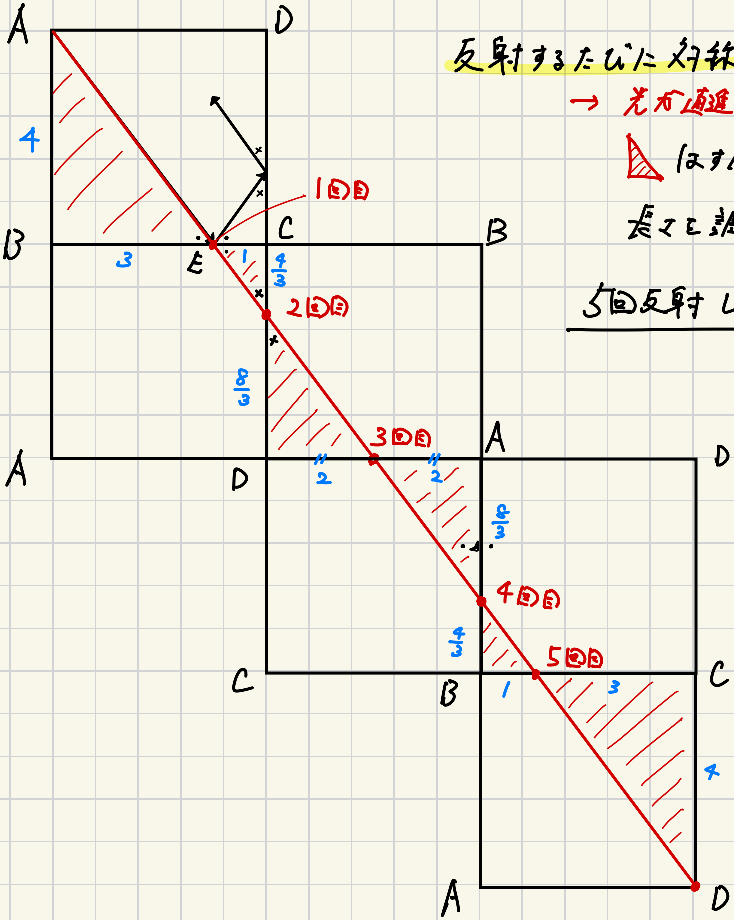
×2

よって $AB = 8$cm

2025.10.23 (木) こたえ

内側が反射板になっている1辺の長さが4である正形ABCDがあり、辺BC 上に点EをBE=3となるようにとる。下の図のように点Aから点Eに向かって光を放つとき、光は直進して各辺では等角に反射するが、いずれかの頂点に到達すると光は反射しないものとする。このとき、光が反射した回数と、到達した頂点をそれぞれ答えなさい。

出典:2021 京都女子



反射するたびに対称な面を用意する。

→ 光が直進する様子が見れる。

はすべて相似となる。

長さを調べると

5回反射して頂点Dに到達する

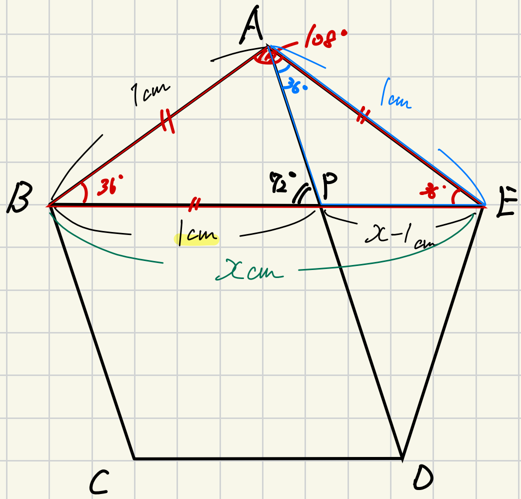
2025. 10. 24 (金) こたえ

下の図のように、1辺が1cmの正五角形ABCDEがある。対角線BEと対角線ADとの交点をPとするとき、

(i) ∠APBの大きさを求めよ。

(ii) 線分BEの長さを求めよ。

出典:2025 奈良学園



正五角形の1つの内角 108°

→ △ABE は二等辺三角形 より

$\angle AEB = 36^\circ$ 同様にして

$\angle EAD = 36^\circ$ よって

(i) $\angle APB = 72^\circ$ （外角の性質）

$\angle BAP = 72^\circ$ より △BAP は二等辺三角形

→ $AB = PB = 1\,\mathrm{cm}$

$BE = x\,\mathrm{cm}$ として △ABE ∽ △PAE より

$1 : (x-1) = x : 1$

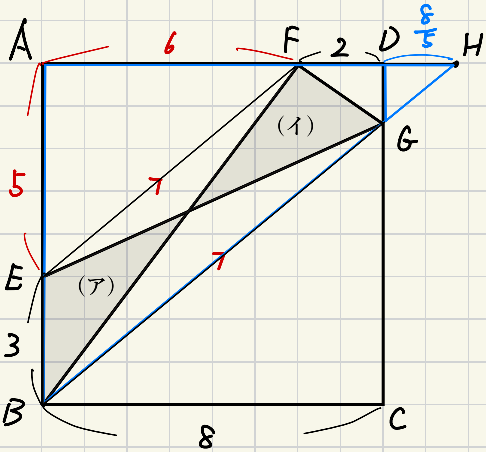
これを解いて $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ （$x > 0$ より）

$BE = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ cm

2025.10、25(土) こたえ

下の図のように、1辺の長さが8の正方形ABCDがある。BE=3、DF=2で、図の（ア）と（イ）の部分の面積が等しいとき、DGの長さを求めよ。

出典:2018 城北



このとき

$\triangle EBG = \triangle FBG$ より $EF \parallel BG$ となる!

↳ $AE : EB = AF : FH$ $(5:3)$ より

$FH = \frac{18}{5}$ よって $DH = \frac{8}{5}$ cm

→ $AH = \frac{48}{5}$ cm

$\triangle HDG \backsim \triangle HAB$ より

$\frac{8}{5} : \frac{48}{5} = DG : 8$ よって

$DG = \frac{4}{3}$ cm

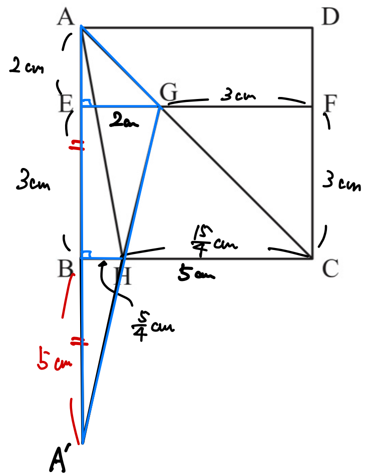
4

右の図のような1辺が5cmの正方形ABCDがある。点Eは辺AB上の点で，AE:EB = 2:3であり，点Eを通り辺ADと平行な直線と辺CDの交点をF，線分EFと対角線ACの交点をGとする。

また，点Hは辺BC上にあり，2つの線分AHとHGの長さの和が最小となる点である。

このとき，次の問題に答えよ。

AとBCについて対称な点A'をとったときのA'GとBCの交点がH



1　△AEGと△CFGの面積の比は $\boxed{ア}$: $\boxed{イ}$ である。
ただし，最も簡単な整数の比で答えよ。

△AEG∽△CFG で相似比 2:3 より

面積比は $2^2 : 3^2 = 4 : 9$

2　四角形EBCGの面積は $\dfrac{\boxed{ウ\,エ}}{2}$ cm² である。

EG = 2cm より　$(2+5)\times 3\times\frac{1}{2} = \frac{21}{2}$ cm²

3　△AHGの面積は△CFGの面積の $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ 倍である。

$\triangle CFG = 3\times 3\div 2 = \frac{9}{2}$ cm²

△AHB∽△AGE (5:8) より，$BH = \frac{5}{4}$ cm

$\triangle AHG = \triangle AA'G - \triangle AA'H = 10\times 2\times\frac{1}{2} - 10\times\frac{5}{4}\times\frac{1}{2}$

$= 10 - \frac{25}{4} = \frac{15}{4}$ cm²

以上より　$\frac{15}{4}\div\frac{9}{2} = \frac{5}{6}$ 倍

2025.10.27(月) こたえ

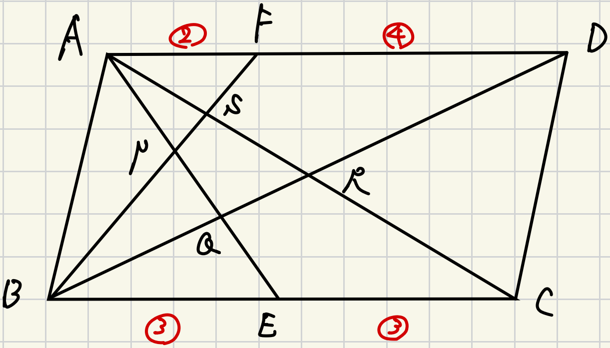
図のように、平行四辺形 ABCDがある。辺BCの中点をE、辺ADを1:2に分ける点をFとする。このとき、次の比を最も簡単な整数の比で求めなさい。

(1) BP : BF

(2) △BFD と △BPQの面積比

(3) △BFD と四角形PQRS の面積比

出典:H29 桜美林 第1回



AF : FD = ② : ④ とすれば

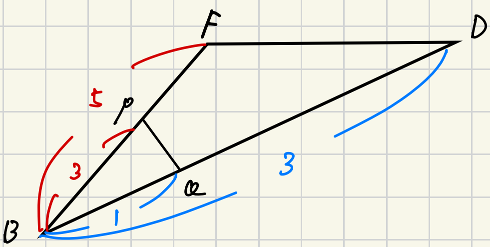
BE = EC = ③ とできる。

(1) BP : PF = 3 : 2 より

BP : BF = 3 : 5

(2) BQ : QD = 1 : 2 より

BQ : BD = 1 : 3



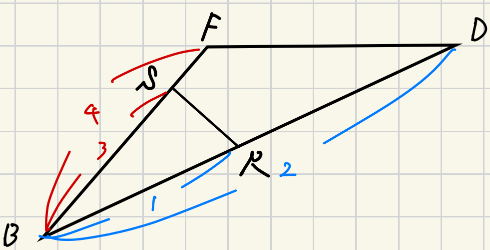
△BDF = S として

$\triangle BPQ = \triangle BDF \times \frac{BP}{BP} \times \frac{BQ}{BP}$ で求められるので

$\triangle BPQ = S \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{5}S$ よって

$\triangle BPQ : \triangle BDF = \frac{1}{5}S : S = 1 : 5$



(3) BS : BF = 3 : 4、BR : BD = 1 : 2 より

$\triangle BSR = \triangle BFD \times \frac{BS}{BF} \times \frac{BR}{BD}$ で求めると

$\triangle BSR = S \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{8}S$ で、

四角形PQRS = △BSR − △BPQ より 四角形PQRS $= \frac{3}{8}S - \frac{1}{5}S = \frac{7}{40}S$

よって △BFD : 四角形PQRS $= S : \frac{7}{40}S = 40 : 7$

2025.10.28(火) こたえ

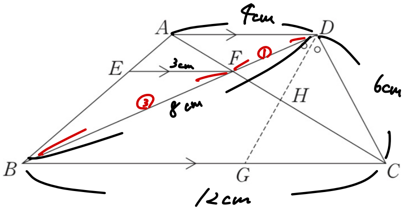
2　右の図のように，$AD /\!/ BC$ である台形 $ABCD$ がある。AC と DB の交点を F とし，辺 AB 上に $AD /\!/ EF$ となる点 E をとる。また，$\angle BDC$ の二等分線と辺 BC，AC との交点をそれぞれ G，H とする。$AD = 4\ cm$，$DC = 6\ cm$，$BC = 12\ cm$，$DB = 8\ cm$ のとき，次の問いに答えなさい。

（1）　DF の長さを求めなさい。

（2）　EF の長さを求めなさい。

（3）　BG の長さを求めなさい。

（4）　$\triangle AFD$ の面積を S とするとき，四角形 $FBGH$ の面積を S を用いて表しなさい。



出典:2021 大阪学院大学

(1) $BF : DF = 3 : 1$ より $DF = 8\text{cm} \times \frac{1}{4} = 2\text{cm}$

(2) $\triangle BEF \sim \triangle BAD$ (相似比 $3:4$) より $EF = 4\text{cm} \times \frac{3}{4} = 3\text{cm}$

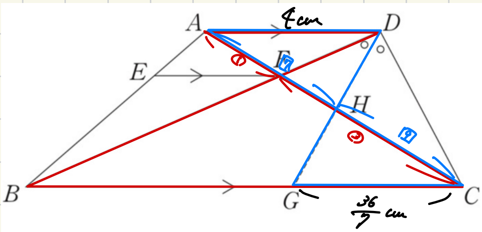
(3) $\triangle DBC$ で角の二等分線定理より $BG : CG = 4 : 3$

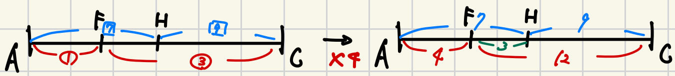
よって $BG = 12\text{cm} \times \frac{4}{7} = \frac{48}{7}\text{cm}$

(4) $AF : CF = 1 : 3$

$\triangle AHD \sim \triangle CHG$ より

$AH : CH = 4 : \frac{36}{7} = 7 : 9$





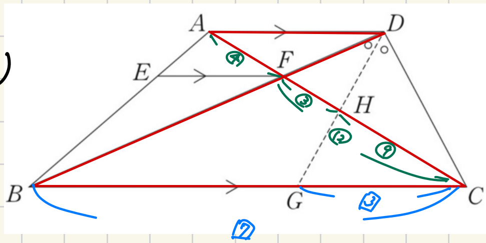
よって $AF : FH : HC = 4 : 3 : 9$

$\triangle AFD : \triangle CFB = 1^2 : 3^2 = 1 : 9$ (相似比の2乗)

より $\triangle CFB = 9S$ と表せる。

$\triangle CHG = \triangle CFB \times \frac{CG}{CB} \times \frac{CH}{CF}$ より

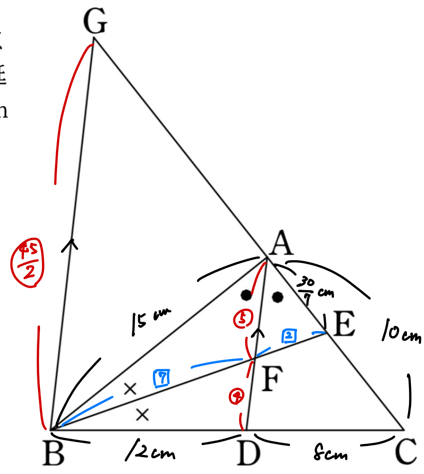
$\triangle CHG = 9S \times \frac{3}{7} \times \frac{9}{12} = \frac{81}{28}S$



よって 四角形 $FBGH = 9S - \frac{81}{28}S = \frac{171}{28}S$

2025.10.29(水) こたえ

Ⅳ. △ABCにおいて，∠BACの二等分線と辺BCとの交点をD，∠ABCの二等分線と辺ACとの交点をEとし，ADとBEの交点をFとする。また，頂点Bを通りADに平行な直線と辺ACの延長との交点をGとする。BD＝12 cm，DC＝8 cm，AC＝10 cm のとき，次の各問いに答えなさい。



① ABの長さを求めなさい。

角の二等分線定理より AB：AC＝BD：DC

AB：10 ＝ 12：8 ⇒ AB＝15cm

② GB：AFを求めなさい。

角の二等分線定理より BA：BD ＝AF：DF ＝ 5：4

△CAD ∽ △CGB (2：5) より GB＝④ × $\frac{5}{2}$ ＝ $\frac{45}{2}$ よって

GB：AF ＝ $\frac{45}{2}$：5 ＝ 9：2

③ △BDF：△AFEを求めなさい。

角の二等分線定理より BA：BC＝AE：EC ＝ 3：4 より

AE＝10cm × $\frac{3}{7}$ ＝ $\frac{30}{7}$ cm

角の二等分線定理より AB：AE ＝BF：FE ＝ 15：$\frac{30}{7}$ ＝ 7：2

$$\triangle BDF = \triangle AFE \times \frac{FD}{FA} \times \frac{FB}{FE}$$ より

$$= \triangle AFE \times \frac{4}{5} \times \frac{7}{2}$$

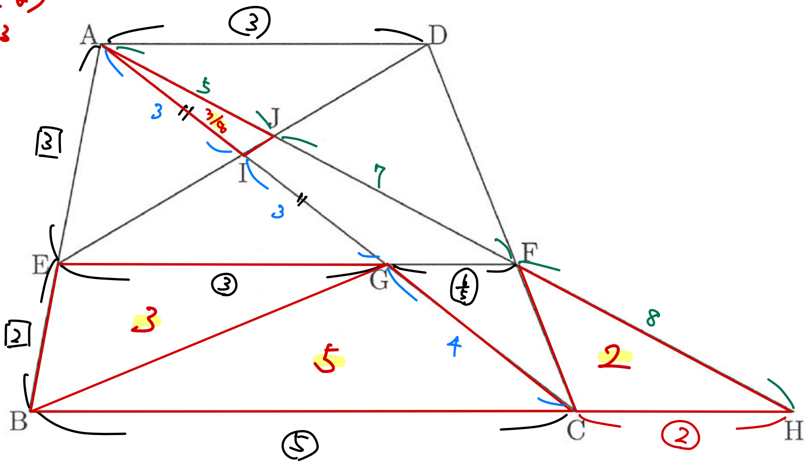
$$= \triangle AFE \times \frac{14}{5}$$

よって △BDF：△AFE ＝ $\frac{14}{5}$△AFE：△AFE ＝ 14：5

出典:2023 共立女子第二 第1回

3　下の図のように，AD // BC の台形 ABCD があり，AD : BC = 3 : 5 である。辺 AB 上に AE : EB = 3 : 2 となる点 E をとり，辺 CD 上に AD // EF となる点 F をとる。また，AC と EF の交点を G，直線 AF と直線 BC の交点を H，DE と AC，AF の交点をそれぞれ I，J とする。このとき，次の各問いに答えなさい。

DF : FC = 3 : 2 より CH = ② となる



EG = ③, GF = $\frac{6}{5}$ より $3 : \frac{6}{5}$ = 5 : 2

(1)　EG : GF を最も簡単な整数の比で答えなさい。

ΔEBG + ΔCBG すべて高さの等しい三角形なので

(2)　ΔCHF と台形 BCGE の面積比を最も簡単な整数の比で答えなさい。

= ΔCHF : (ΔEBG + ΔCBG) = 2 : (3 + 5) = 1 : 4

(3)　EJ : JD を最も簡単な整数の比で答えなさい。

EF : DA に同じなので $(3 + \frac{6}{5}) : 3 = \frac{21}{5} : 3$ = 7 : 5

(4)　ΔCHF と ΔAIJ の面積比を最も簡単な整数の比で答えなさい。

AI : IG = 1 : 1, AG : GC = 3 : 2 より AI : IG : GC = 3 : 3 : 4

AJ : JF = 5 : 7, AF : FH = 3 : 2 より AJ : JF : FH = 5 : 7 : 8

ここで ΔCHF = 2 に対し ΔACF = ΔCHF × $\frac{3}{2}$ = 3 であり

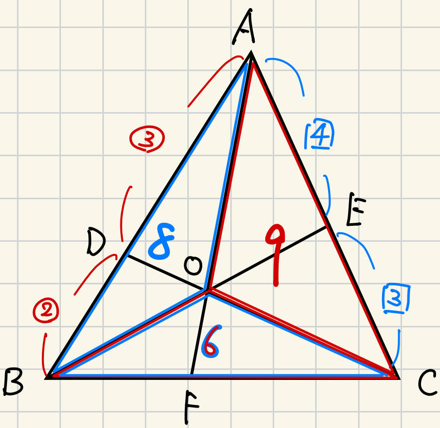
ΔAIJ = ΔACF × $\frac{AI}{AC}$ × $\frac{AJ}{AF}$ = $\frac{3}{10} \times \frac{5}{12} \times 3$ = $\frac{3}{8}$ より

ΔCHF : ΔAIJ = 2 : $\frac{3}{8}$ = 16 : 3

2025.10.31(金)こたえ

図においてAD:DB=3:2、AE:EC=4:3
線分BE、CDの交点をO、直線AOと辺BCの交点をFとする。
このとき、BF:FCを求めなさい

出典:2019 開智高校 第1回



△BAO : △CBO = AE : EC ※ より

△BAO = 8, △CBO = 6 とおける.

このとき

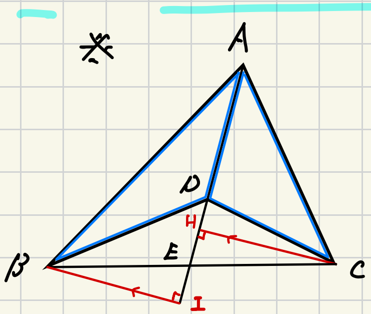
△CAO : △CBO = AO : OB より

△CAO = 9 となる。 よって

BF : FC = △ABO : △ACO より

BF : FC = 8 : 9

※



左図で

△ABD : △ACD = BI : CH

さらに BI // CH より

BI : CH = BE : CE

だから △ABD : △ACD = BE : CE といえる.

底辺の等しい三角形の面積比は高さの比に等しい

2025.11.01 (土) こたえ

3 平行四辺形 ABCD において，AB を 1：2 に分ける点を E とし，線分 EB 上に点 F をとります。線分 CE，CF と対角線 BD との交点をそれぞれ G，H とするとき，GH：HB＝1：3 となりました。

Fよりも先にHが書ける.

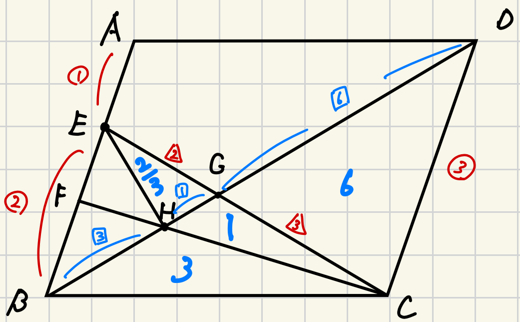
次の問いに答えなさい。

(1) DG：GB を求めなさい。 DC:BEに等しい → $\underline{3:2}$

(2) △CGH と平行四辺形 ABCD の面積の比を求めなさい。 BH=$\boxed{3}$, GH=$\boxed{1}$ とすると DG=$\boxed{6}$ となる.

(3) EF：FB を求めなさい。

出典:2023 桃山学院



(2) △CGH = 1 とすると

△BCD = 10 よって

$\times 2$

□ABCD = 20 より

△CGH : □ABCD = $\underline{1:20}$

(3) EG : CG = 2 : 3 より △EGH = $\frac{2}{3}$ よって △CEH = $\frac{5}{3}$

EF : FB = △CEH : △CBH だから

EF : FB = $\frac{5}{3}$: 3 = $\underline{5:9}$

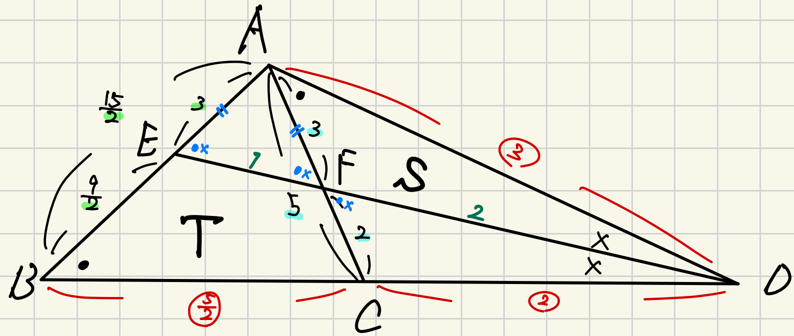
2025.11.02(日) こたえ

出典:2019 青雲

(1) ABの長さを求めよ。

(2) EBの長さを求めよ。

(3) △AFDの面積をS、四角形EBCFの面積をTとおくとき、
S:Tを最も簡単な整数比で答えよ。



(1) $\triangle ABD \sim \triangle CAD$ であり　相似比になる

$AF:FC = AD:CD = 3:2$ (角の二等分線定理) より

$AB:CA = 3:2 \Rightarrow AB:5 = 3:2$, $AB = \frac{15}{2}$

(2) $\triangle AEF$は二等辺三角形 $\Rightarrow AE = 3$ より $EB = \frac{15}{2} - 3 = \frac{9}{2}$

(3) $AE:EB = AD:BD = 3:\frac{9}{2}$ (角の二等分線定理) より

より $AD = 3$ にすると $BD = \frac{9}{2} \Rightarrow BC = \frac{5}{2}$

$\triangle DAE \sim \triangle DCF$ より $DE:DF = DA:DC = 3:2$ よって
$DF:FE = 2:1$ より

$\triangle AEF = \frac{1}{2}S$ で、$\triangle ABC = \triangle AEF \times \frac{AB}{AE} \times \frac{AC}{AF}$ だから、

$\triangle ABC = \frac{1}{2}S \times \frac{\frac{15}{2}}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{12}S$ よって

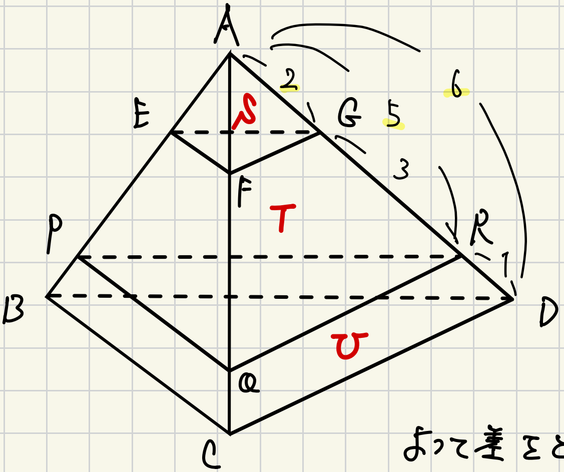
$T = \frac{25}{12}S - \frac{1}{2}S = \frac{19}{12}S$ 以上より

$S : T = S : \frac{19}{12}S = 12:19$

2025.11.03(月)こたえ

三角錐 ABCDを、右の図のように底面に平行な平面で 2箇所切断する。
AE：EP：PB=2:3:1であるとき、立体 EFG-PQR と、立体PQR-BCDの
体積比を最も簡単な数の比で表しなさい

出典:H29 法政大 一般



立体を上の段から S、T、U として

S ∽ (S+T) ∽ (S+T+U) である。

相　2 : 5 : 6

↓ 3乗

体　8 : 125 : 216

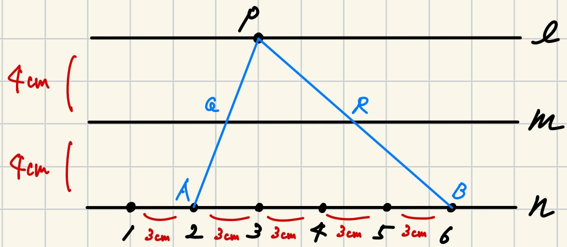
よって差をとって T : U = (125−8) : (216−125)

= 117 : 91　÷13

= 9 : 7

2025.11.04(火)こたえ

出典:2022 桐朋女子



大小2つのさいころを同時に投げて、大きいさいころの出た目の数と同じ番号のついた直線n上の点をA、小さいさいころの出た目の数と同じ番号のついた直線n上の点をBとし、△PABの面積を考える。ただし、2点A、Bが一致するときは、△PABの面積を0cm²とする。このとき、次の確率を求めなさい。

(1) △PABの面積が48cm²となる確率

(2) 線分PA,PBと直線mとの交点をそれぞれQ,Rとしたとき、△PQRの面積が6cm²となる確率

さいころ2つの目の出方は 全36通り

(1) 高さが8cm より 底面が12cm ならばいい

つまり、AB=12cm となるのは

(大さいころの目)と(小さいころの目)の差が4

→ 計4通り より 確率は $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

小(B)

大(A)	1	2	3	4	5	6
1					○	
2						○
3						
4						
5	○					
6		○				

(2) △PQR∽△PAB で 相似比 1:2 より、

面積比 1:4 だから、 △PQR=6cm²

)×4

△PAB=24cm²

(1)と同様に考えて、AB=6cm となればいい

(大さいころの目)と(小さいころの目)の差が2

→ 計8通り より 確率は $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

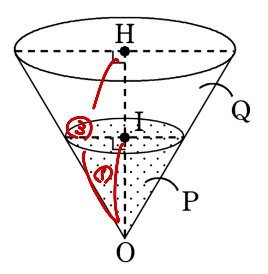
小(B)

大(A)	1	2	3	4	5	6
1			○			
2				○		
3	○				○	
4		○				○
5			○			
6				○		

2025.11.05(水) こたえ　　　　　　　　　　出典:2021 共立女子第二 第2回

V．右の図のように，深さが OH の円すい型の容器に水を入れ，水面が容器の底面と平行になるようにする。水の入っている部分を P，水の入っていない部分を Q とするとき，次の各問いに答えなさい。

① $\mathrm{OI}=\frac{1}{3}\mathrm{OH}$ で，容器の体積が $540\pi\ \mathrm{cm}^3$ のとき，Q の部分の体積を求めなさい。



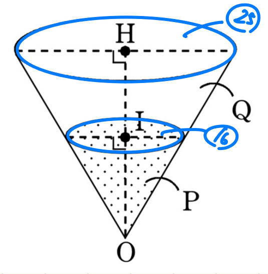
P ∽ (P+Q) で、相似比は 1:3 だから、

(容器全体)

体積比は 1:27 となる。

よって空白の部分 Q は $540\pi\ \mathrm{cm}^3 \times \frac{26}{27} = \underline{520\pi\ \mathrm{cm}^3}$

② 水面の面積が容器の底面積の $\frac{16}{25}$ 倍であるとき，P と Q の体積比を求めなさい。



(P の底面積):(P+Q の底面積) = 16:25 より

P と P+Q の相似比は 4:5

⇓ 3乗

P と P+Q の体積比は 64:125

差をとって

よって (P の体積):(P+Q の体積) = $\underline{64:61}$

4 図1のような底面の半径が3 cm，高さ AH が4 cm，母線の長さが5 cm の円錐があります。この円錐を図2のように AB：BH＝1：2 となる点 B を通る底面に平行な平面で切り取ります。頂点 A を含む立体を P，もとの円錐の底面を含む立体を Q とします。

次の問いに答えなさい。

問1 図1の円錐の体積を求めなさい。

$9\pi \times 4 \times \frac{1}{3} = 12\pi\ \mathrm{cm}^3$

問2 立体 P の側面積を求めなさい。

$\frac{5}{3} \times 1 \times \pi = \frac{5}{3}\pi\ \mathrm{cm}^2$

※円錐の側面積は 母線×底面の半径×π で求められる.

問3 立体 Q の表面積を求めなさい。

問4 立体 Q を BC：CH＝1：1 となる点 C を通る底面に平行な平面で切り取ります。切り取った立体のうち，体積の小さい方と大きい方の体積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

問3 Qの側面積 ＝ 全体の側面積 − Pの側面積

$= 5 \times 3 \times \pi - \frac{5}{3}\pi = \frac{40}{3}\pi\ \mathrm{cm}^2$

上の円 $= \pi\ \mathrm{cm}^2$，

下の円 $= 9\pi\ \mathrm{cm}^2$

よって表面積は $\frac{40}{3}\pi + \pi + 9\pi = \frac{70}{3}\pi\ \mathrm{cm}^2$

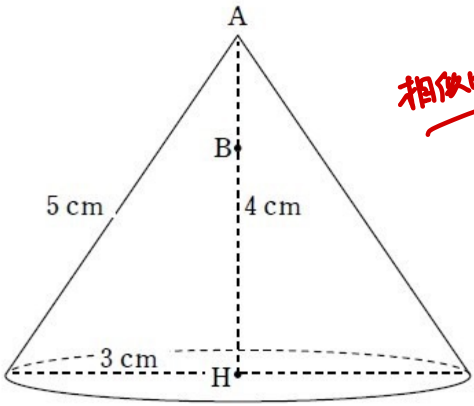


図1

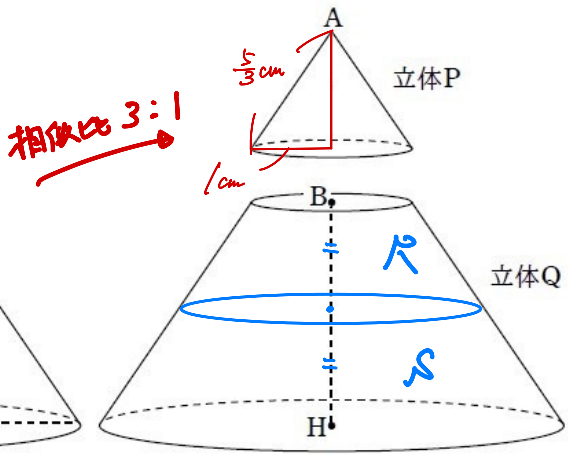


図2

問4：切って出来た立体を上から R，S としたとき

P ∽ (P＋R) ∽ (P＋R＋S) で 相似比 1：2：3 より

体積比 1 ： 8 ： 27 　差を取って R：S ＝ 7：19

2025.11.07(金) こたえ

4 1辺の長さが24の正方形ABCDがある．辺AB上に点EをBE=9となるようにとり，辺CD上に点Fをとる．下図の様に線分EFでこの正方形を折ると，頂点Aは辺BCの中点Gに移り，頂点Dは図の点Hに移った．辺GHが辺CDと交わる点をIとするとき，次の□に適する数を答えよ．

直角をはさむ相似

△EBG ∽ △GCI ∽ △EHI であり

その3辺の比は 3 : 4 : 5 となっている．

（1） GI= アイ である．

$GI = GC \times \frac{5}{3}$ より $GI = 20$

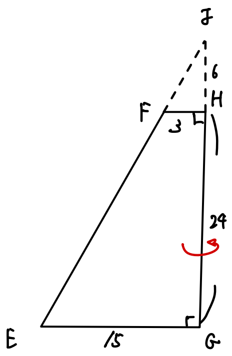
（2） DF= ウ である．

$GH = 24$ より $IH = 4$．

3辺の比を見て $FH = IH \times \frac{3}{4} = 3$

コレは DFに等しいので $DF = 3$

（3） 四角形EGHFについて，この四角形をHGを軸に1回転させてできる立体の体積は，エオカキ π である．



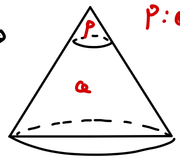
△JFH ∽ △JEG で

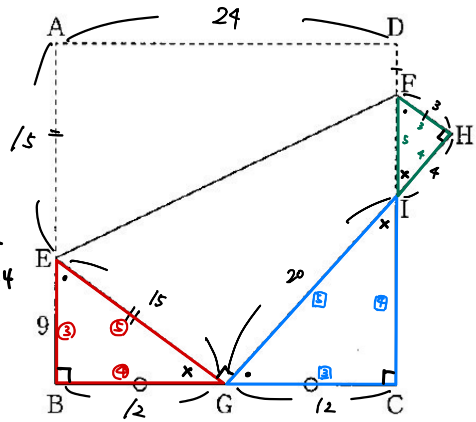
相 1 : 5 より

回転してできる円錐の

体積比は 1 : 125 よって

P : Q = 1 : 124





$JH : JG = 1 : 5$ より $JH : HG = 1 : 4$ より

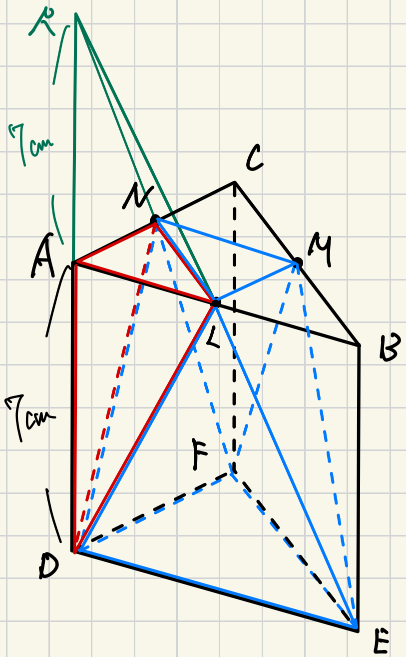
$JH = 6$ だから $P = 9\pi \times 6 \div 3 = 18\pi$

求める体積Qは $18\pi \times \frac{124}{1} = 2232\pi$

出典:2021 日本大学明誠

2025.11.08(土) こたえ　　　　　　　　　　　　　　　出典:2021 清教学園

(1) （△ALN の面積）:（△DEF の面積）を最も簡単な整数の比で表しなさい。
(2) 三角錐D-ALN の体積を求めなさい。
(3) 立体LMN-DEF の体積を求めなさい。
(4) 立体ALN-DEF の体積を求めなさい。
(5) 辺 AD 上に点Qを取り、三角錐Q-ALMと三角錐Q-DEFを作る。
　2つの三角錐の体積が等しくなるときのAQの長さを求めなさい。



(1) △ALN ∽ △DEF 相 1:2 より → $\underline{1:4}$

(2) (1)より △ALN = 3cm², 高さ 7cm より

$3 \times 7 \times \frac{1}{3} = \underline{7\,\text{cm}^3}$

(3) もとの三角柱 ABC−DEF から

D−ALN, E−BML, F−CNM をひく。

どちらも底面 3cm², 高さ 7cm より 体積は 7cm³

(ABC−DEF) = $12 \times 7 = 84$ cm³ より

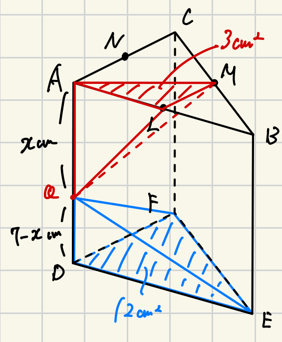
$84 - 7 \times 3 = \underline{63\,\text{cm}^3}$

(4) 三角すい R−ALN をつくると

(R−ALN) ∽ (R−DEF) 相 1:2 より

体 1:8 よって (R−ALN):(ALN−DEF) = 1:7 ここで

RA = 7cm より (R−ALN) = $3 \times 7 \times \frac{1}{3}$ = 7cm³ $\xrightarrow{\times 7}$ $\underline{49\,\text{cm}^3}$



(5) AQ = x cm として, QD = 7 − x cm

Q−ALM = $3 \times x \times \frac{1}{3} = x$ cm³

Q−DEF = $12 \times (7-x) \times \frac{1}{3} = 28 - 4x$ cm³　よって

$x = 28 - 4x \Rightarrow x = \frac{28}{5}$ より $\underline{AQ = \frac{28}{5}\,\text{cm}}$

2025.11.09(日) こたえ

下の図のような底面の直径が 8 cm の円錐の形をした空の容器に，一定の割合で水を入れていくと，水面の高さが 4 cm になるのに 5 秒かかった。

4cmのときの体積に至るまでが5秒。

次の各問いに答えよ。ただし，円周率は π とする。

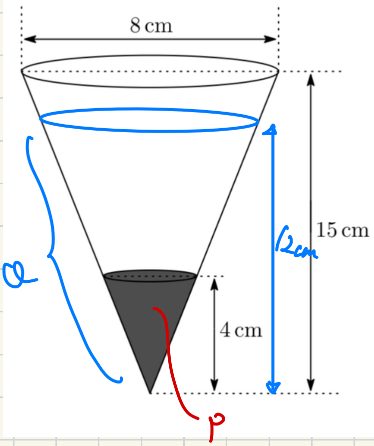
(1) この容器の容積を求めよ。

$$16\pi \times 15 \div 3 = 80\pi \text{ cm}^3$$

(2) 水面の高さが 12 cm になるのは，空の容器に水を入れ始めてから何秒後か。

最初の水の状態をPとして

水面の高さ12cmのときをQとおく。



出典:2021 京華

⇓

PとQで，相似比 1:3

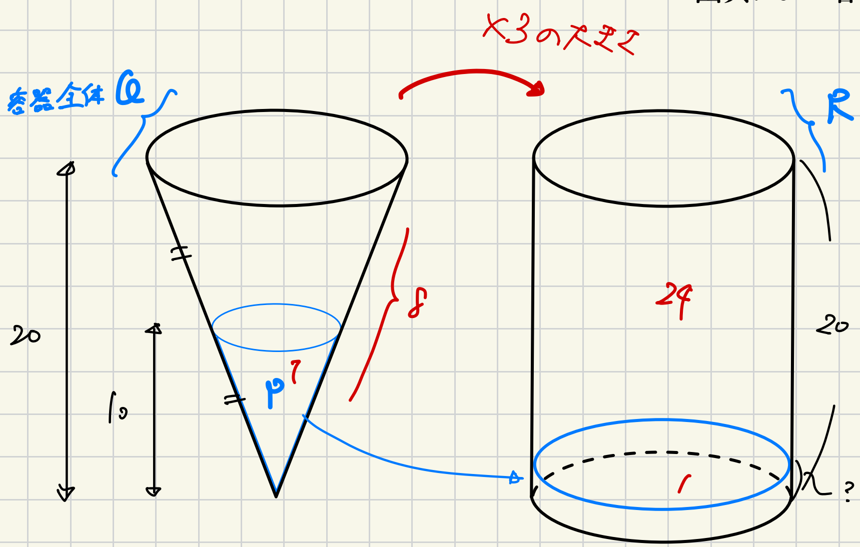
⇒ 体積比は 1:27 より

Pを入れるための5秒の27倍の時間でQとなる。よって $5 \times 27 = 135$ 秒

2025.11.10(月)

底面が合同な円で、高さが20の円すいと円柱の容器があります。
図のように、この円すいの容器に入っている深さ10の水を円柱の容器に入れると、その深さは？

出典:2021 春日部共栄 第2回



各容器・水をP.Q.Rとして　PとQで相似比 1:2

よって　PとQの体積比は 1:8

さらに　QとRの体積比は 1:3 より

P:Q:R = 1:8:24 である。よってRに水Pを入れると

水面の高さは、円柱の $\frac{1}{24}$ である。→ $20 \times \frac{1}{24} = \frac{5}{6}$

2025.11.11(火) こたえ　　　　出典:2021 明治学院東村山

7 直方体の容器 ABCD − EFGH (図 1) に途中まで水を入れ, ふたをした後, 図 2 のように傾けると水面が四角形 FPQH になりました。点 P は辺 AB の 3 等分点のうち B に近い方, 点 Q は辺 AD の 3 等分点のうち D に近い方です。次の問いに答えなさい。

(1) 容器に入っている水の量を求めなさい。

(2) 図 2 の容器を面 EFGH が底面となるように置いたときの水面の高さを求めなさい。

図 1

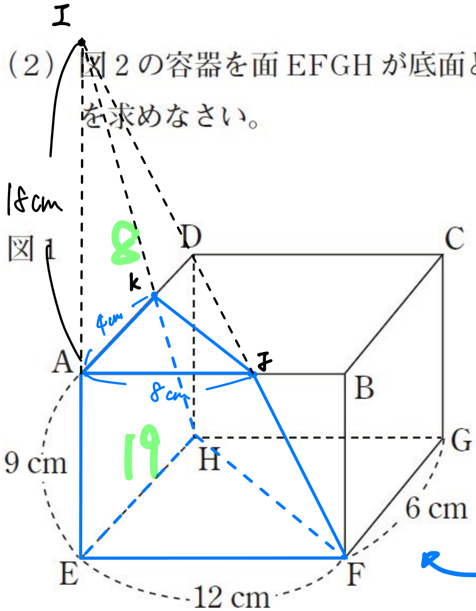
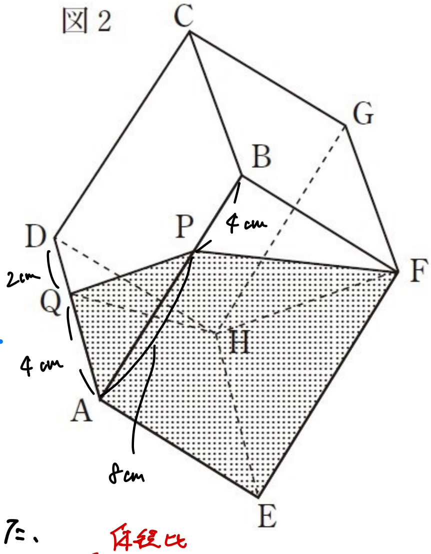


図 2



(1) 水の形は三角錐台である。

$\triangle IEF \backsim \triangle IAJ$ (相 2 : 3) より

IA : AE = 2 : 1 ⇒ IA = 18cm また、

体積比

$(I-AJK):(I-EFH) = 2^3 : 3^3 = 8 : 27$ より

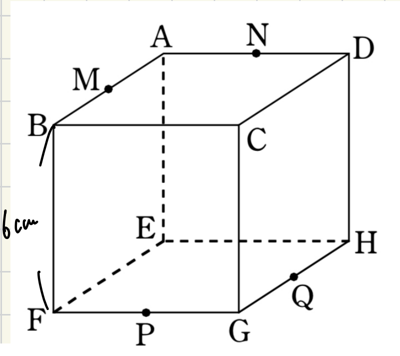
$(I-AJK)$: 水 $= 8 : 19$ よって水の体積は

$\underbrace{(16\ \mathrm{cm}^2 \times 18\ \mathrm{cm} \times \frac{1}{3})}_{I-AJK\text{の体積}} \times \frac{19}{8} = 228\ \mathrm{cm}^3$

(2) 容器の底面は $72\ \mathrm{cm}^2$ より、$228 \div 72 = \frac{19}{6}$ cm

2025.11.12(水) こたえ

V. 右の図の立方体 ABCD−EFGH は 1 辺が 6 cm で，点 M，N，P，Q はそれぞれ辺 AB，DA，FG，GH の中点である。このとき，次の各問いに答えなさい。

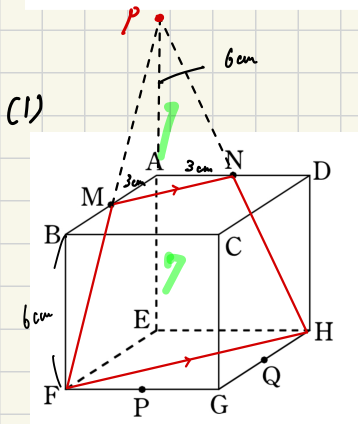


① この立体を，3 点 M，N，F を通る平面で切ってできる立体のうち，小さい方の立体の体積を求めなさい。

② この立体を，3 点 A，P，Q を通る平面で切ってできる立体のうち，点 E をふくむ方の立体の体積を求めなさい。

出典:2021 共立女子第二 第1回

(1)



切り口は左図のような台形となる。

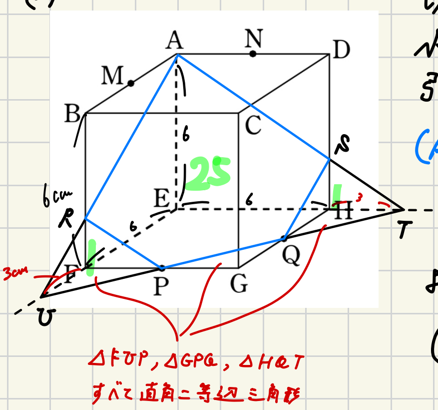
小さい方の立体は錐台 → 延長して三角錐をつくる

(P−AMN) ∽ (P−EFH) で 相 1:2 → 体 1:8 より

(P−AMN):(AMN−EFH) = 1:7 だから

(AMN−EFH) = $\left(\frac{9}{2}\times 6\times\frac{1}{3}\right)\times 7$ = 63 cm³

(2)



切り口は左図のような五角形となる。

小さい方の立体は (A−EUT) から (R−FUP)，(S−HQT) 引いたもの。

(A−EUT) ∽ (R−FUP) ∽ (S−HQT) で 相 3:1:1

↳ 体 27:1:1 より 各部分の体積比は 25:1:1

よって求める立体の体積は

$\underbrace{\left(\frac{81}{2}\times 6\times\frac{1}{3}\right)}_{(A-EUT)}\times\frac{25}{27}$ = 75 cm³

2025. 11. 13 (木) こたえ

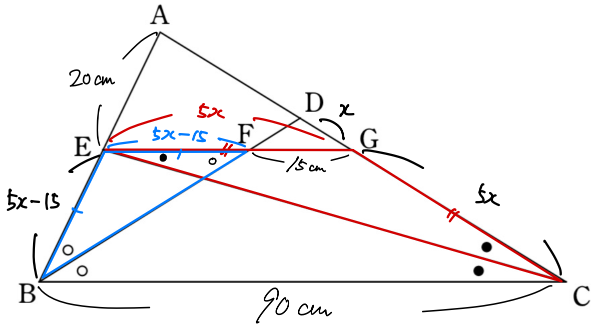
5 図のように，△ABCがあり， AB＜AC である。∠ABCの2等分線と辺 AC との交点を D，∠ACBの2等分線と辺 AB との交点を E とする。また，点 E を通り辺 BC に平行な直線を引き，線分 BD，辺 AC との交点をそれぞれ F，G とする。DG : GC ＝ 1 : 5 であり，線分 CG の長さは線分 BE の長さよりも 15 cm 長い。DG ＝ x cm とするとき， 次の問いに答えなさい。

(1) 線分 BE，EG の長さをそれぞれ x を用いて表しなさい。

CG = $5x$ より BE = $5x-15$ cm

また △GECは二等辺三角形 より

EG = CG = $5x$ cm



(2) 線分 FG，BC の長さをそれぞれ求めなさい。

△EBFも二等辺三角形 より EF = EB = $5x-15$ cm

よって FG = $5x-(5x-15)$ = 15 cm

FG : BC = 1 : 6 より BC = 90 cm

×6

(3) AE ＝ 20 cm のとき，x の値を求めなさい。

△AEG ∽ △ABC より AE : AB = EG : BC

よって $20 : (5x+5) = 5x : 90$

$4 : (x+1) = x : 18$

$x^2+x-72=0$

$(x+9)(x-8)=0$

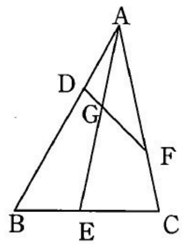
$x>0$ より

$x=8$

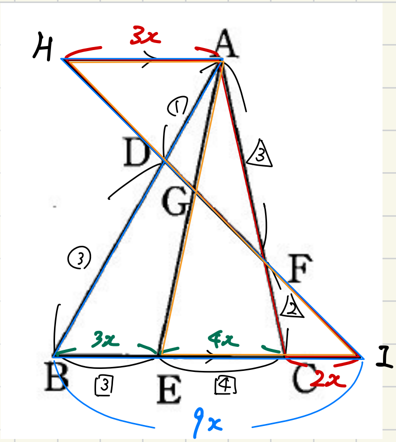
出典:2021 就実 ハイグレード

2025. 11. 14 (金) こたえ

(9) 右の図のように，面積が S である △ABC において，
辺 AB，BC，CA 上にそれぞれ AD : DB = 1 : 3，BE : EC = 3 : 4，
CF : FA = 2 : 3 となる点 D，E，F をとる。
AE と DF の交点を G とするとき，△AGF の面積を S を用いて表せ。



出典:2021 弘学館



線分を延長して，左図のように I，H をとる.

△AHF ∽ △CIF より AH : CI = 3 : 2

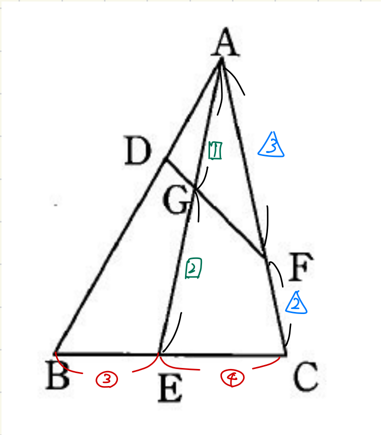
よって AH = $3x$，CI = $2x$ とおける. 一方

△AHD ∽ △BID より AH : BI = 1 : 3

よって AH = $3x$ に対し，BI = $9x$ となる.

⇒ よって BE = $3x$，EC = $4x$ となる.

△AGH ∽ △EGI より AG : EG = 1 : 2



△ABC = S に対し

△AEC = $\frac{4}{7}S$ である. また

$$\triangle AGF = \triangle AEC \times \frac{AG}{AE} \times \frac{AF}{AC}$$

$$= \frac{4}{7}S \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$$

$$= \frac{4}{35}S$$

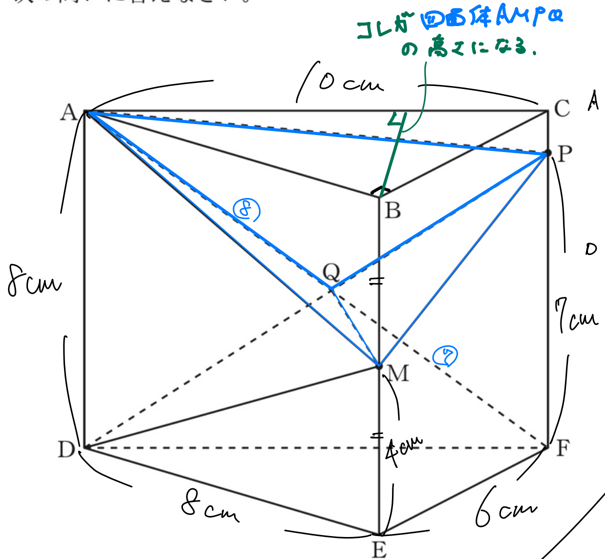
2025.11.15(土) こたえ

出典:2021 桜美林 第1回

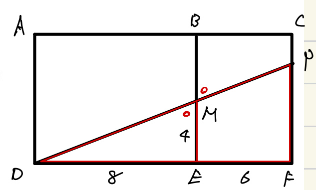
3 図のように，AB＝8 cm，BC＝6 cm，AC＝10 cm，AD＝8 cm，∠ABC＝∠ABE＝∠CBE＝90° の三角柱 ABC − DEF がある。辺 BE の中点を M とし，辺 CF 上に ∠DME＝∠BMP となる点 P をとる。また，線分 AF と線分 DP の交点を Q とする。

展開図上で D, M, P が一直線になる

このとき，次の問いに答えなさい。



↓ こんな感じ



(1) 線分 FP の長さを求めなさい。

右上の展開図において

△DME ∽ △DPF (相 4 : 7) より PF = $4\text{cm} \times \frac{7}{4}$ = 7cm

(2) △APQ の面積を求めなさい。

面ADFCで考える。△AQD ∽ △FPQ より AQ : FQ = 8 : 7

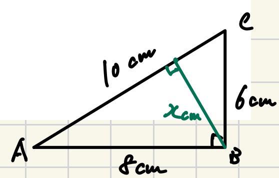
△AFP = 7 × 10 ÷ 2 = 35 cm² より △APQ = △AFP × $\frac{8}{15}$ = 35 × $\frac{8}{15}$ = $\frac{56}{3}$ cm²

(3) 四面体 AMPQ の体積を求めなさい。

△APQ が底面，B から AC への垂線が高さになる。

右図において △ABC = 24 cm² より，10 × x × $\frac{1}{2}$ = 24 だから

$x = \frac{24}{5}$



よって (四面体AMPQ) = $\frac{56}{3} \times \frac{24}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{448}{15}$ cm³

自學自伸

EIMEI

これはテストに出る！