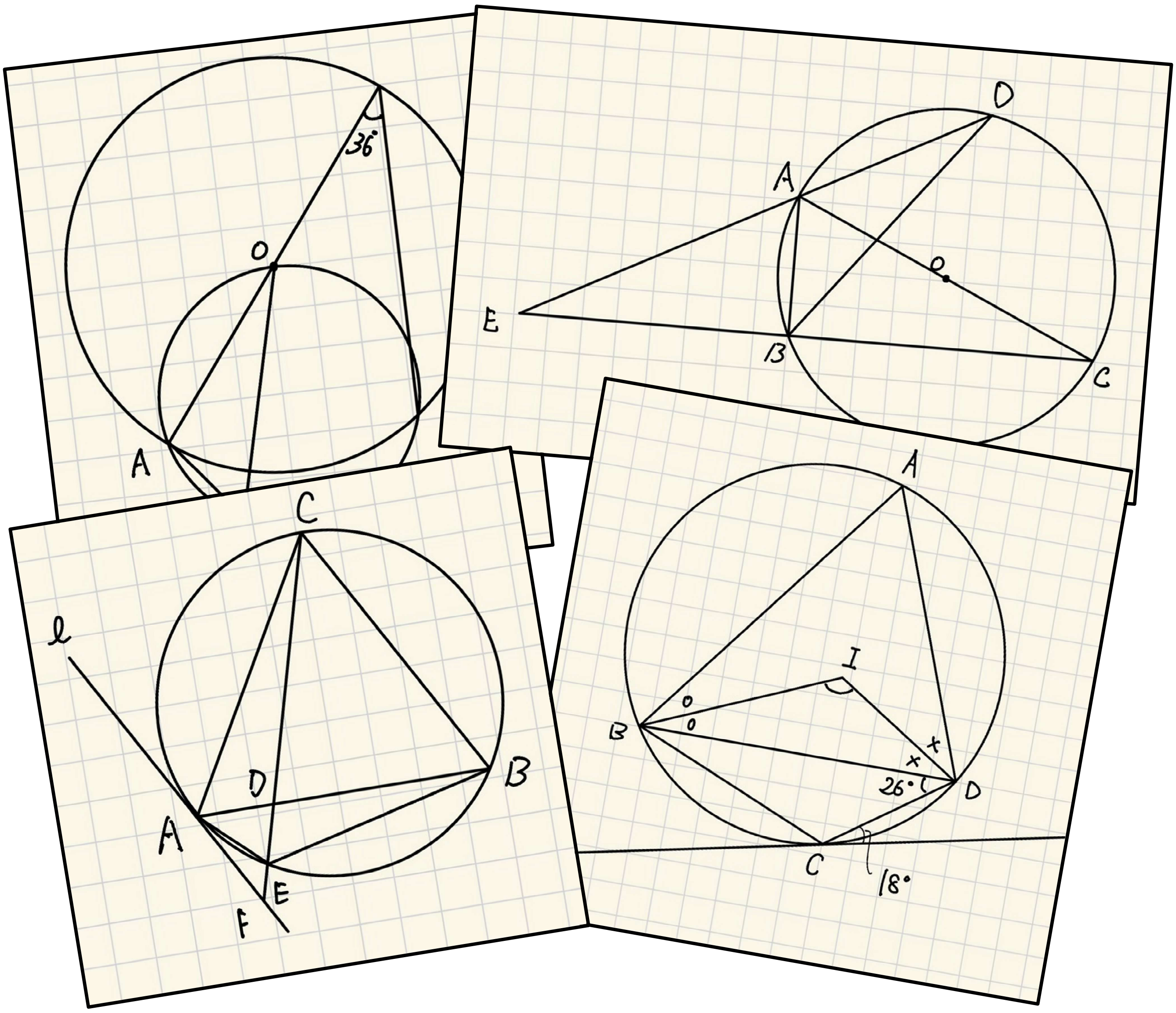
エイメイ学院　明成個別　EIMEI-TOP　Elena　Luce個別指導塾

EIMEIグループ受験対策テキスト

入試レベルの円

~様々な性質を持った円の理解を深めるために~



校舎(　　　　　　)名前(　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

※1日最低1問！空き時間にパパっとやろう！

3年生「入試レベルの円」について

どうもこんにちは、エイメイ学院の ASK です✋

高校受験の図形において最重要単元といえば相似なのですが、その相似が色んな姿で現れるのが**円です**。円と相似は密接な関係にあります。相似が図形において木の根っこに当たるのなら、円は木の幹にあたります。また、いくつかある円の性質自体は一見シンプルで難しいことはありません。ところが、それらが組み合わさることで、とんでもなく多様な種類の問題が出てきます。三平方の定理も絡んでくると更なり、です。

そこで、上位校で、数学で戦いたいという人のために、どこまでの水準で円を勉強すればいいのかを、このテキストに載せました。しかも**三平方の定理は使いません**(←重要)。ここに載っている問題は、オープンチャット「高校受験数学の問題を流す部屋」で、ASKが全国の入試問題から厳選して投げている問題からの抜粋です。各問題にはASKの解説がついています。1問1問じっくり考えながら解き、解説をしっかり読み込んで理解してください。さらに、1周だけでなく、2周3周すると良いです。1ページにつき1問、という構成ですのでサクッとスキマ時間に取り掛かる事もできます。学校の休み時間、塾での授業前、お風呂に入っている最中、ことあるごとに解いてみるのも良いでしょう。もちろん、一気に解くのも OK です。

上位校狙いは、定期テスト勉強レベルに留まらず、入試レベルまで突っ込みましょう！

最後に ASK から、数学が出来るようになるためのアドバイスを送ります。それは、

考えるのを
やめてはいけない!!

eimei
Ask

Xさん「図1のように，円の中心Oが∠APBの内部にあるように円周上に点Pをとるとき，同じ弧に対する円周角の大きさは，中心角の大きさの半分になるという関係を，次のように証明したよ。」

証明

点P，Oを通る直径PKをひき，∠OPA $= a$，∠OPB $= b$とする。

OP = OAなので，∠OAP $= a$

∠AOKは△OPAの外角なので，

∠AOK = ∠OPA＋∠OAP $= 2a$

OP = OBなので，同様にして，∠BOK $= 2b$

したがって，∠AOB $= 2(a+b)$

∠APB $= a+b$なので，

∠APB $= \frac{1}{2}$∠AOB

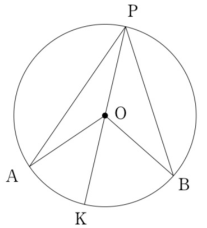


図1

Yさん「これで，同じ弧に対する円周角の大きさは，中心角の大きさの半分になることが証明されたね。」

Zさん「この証明の結論から，1つの弧に対する円周角はいつでも一定になるということも言えそうだね。」

Xさん「でも，点Pの位置が変わっても同じことが言えるのかな。」

先　生「例えばどのような位置のときですか。」

Xさん「例えば，円周上の点Pが図2や図3のような位置にある場合です。」

Yさん「もし，点Pが図2や図3のような位置にある場合についても同じことが証明できれば，1つの弧に対する円周角はいつでも一定になるということが言えるのではないでしょうか。」

先　生「そうですね。それでは，点Pの位置が変わっても，同じ弧に対する円周角の大きさは，中心角の大きさの半分になるか，確かめてみましょう。」

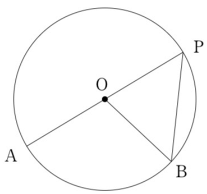


図2

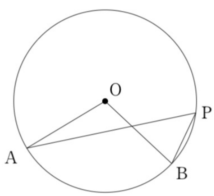
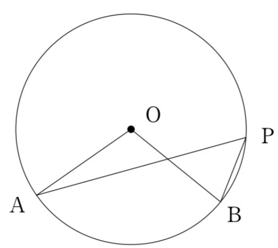


図3

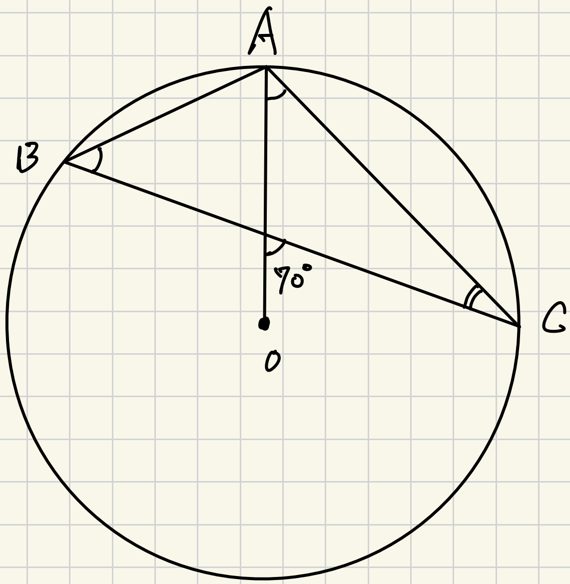
(1)　下線部について，下の図で∠APB $= \frac{1}{2}$∠AOB であることを証明しなさい。（7点）



2025.11.24(月)

図において、点Oは円の中心。点A、B、Cは円周上の点です。
OAと辺BCの交点をE、∠OEC =70、∠OAC=∠ABCであるとき、
∠ACBの大きさを求めなさい。

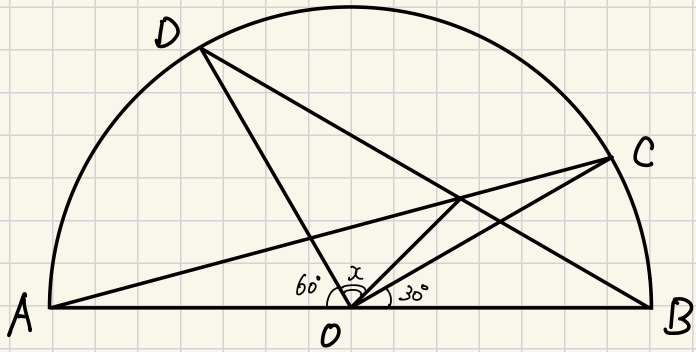
出典:2019 東洋大京北



2025.11.25(火)

図のように、ABを直径とする半円Oがある。半円Oの周上の2点C, D
について、∠BOC=30°,∠AOD=60° である。このとき、∠xは？

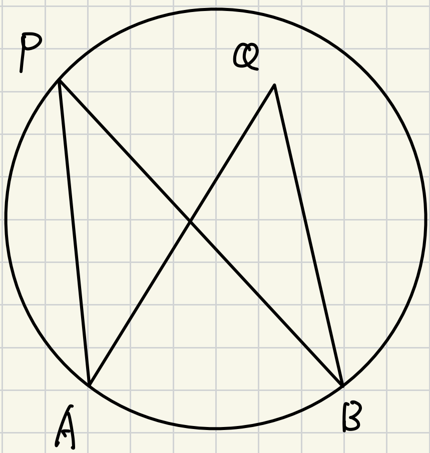
出典:2024 日大習志野 1/17



2025.11.26 (水)

図のように円周上に3点A,B,Pがあり、点Qは円の内部にある。このとき$\angle APB < \angle AQB$を証明せよ。ただし、2点P,Qは直線ABに対して同じ側にある。

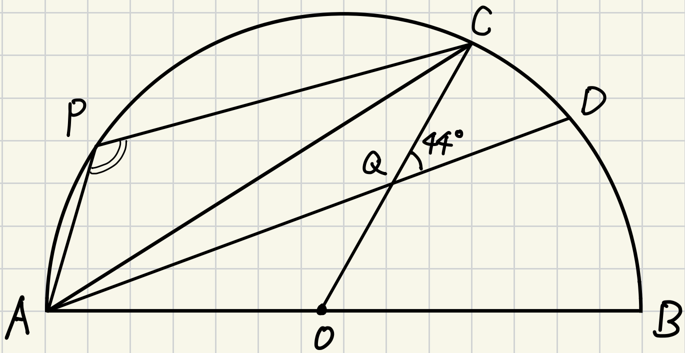
出典:2024 慶應志木



2025.11.27(木)

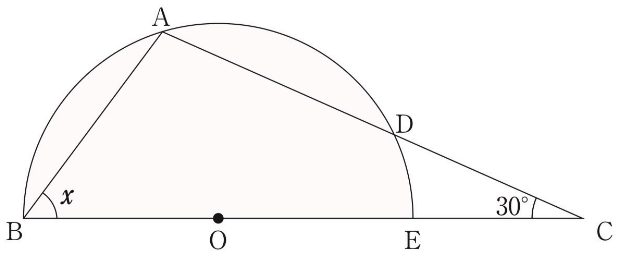
図のように、中心をOとし、ABを直径とする半円の周上に2点C,Dを $\overset{\frown}{BD}:\overset{\frown}{DC}=2:1$ となるようにとる。点Pは $\overset{\frown}{AC}$ 上の点であり、点QはOCとADの交点であり、∠CQD=44° である。このとき∠APCの大きさは？

出典:2019 聖望学園 第1回推薦



2025.11.28(金)

(3)　右の図のように，中心をO，直径をBEとする半円上に２点A，Dがある。ADの延長とBEの延長との交点をCとする。

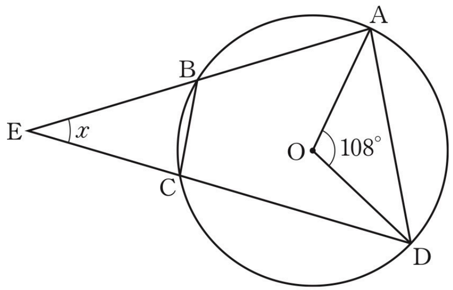


$\overparen{AD}:\overparen{DE}=3:1$，$\angle ACB=30^\circ$ であるとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

出典:2020 東京農業大第一

2025.11.29(土)

⑽　図のように，4つの頂点が円Oの周上にある四角形ABCDがあり，$\angle ABC > 90^\circ$，$\angle BCD > 90^\circ$，$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} = 2 : 1 : 3$ である。直線ABと直線CDとの交点をEとする。$\angle AOD = 108^\circ$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

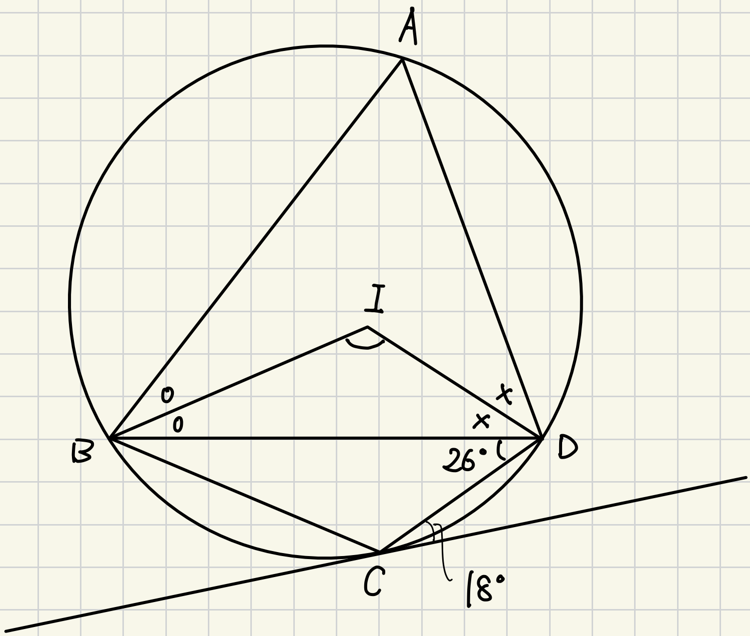


出典:2021 桜美林 2回

2025.11.30 (日)

図のように、四角形ABCD は円に内接している。直線と円は点Cで接している。∠ABDの二等分線と∠ADBの二等分線の交点をIとする。このとき、∠BIDの大きさを求めよ。

出典:2022 滝

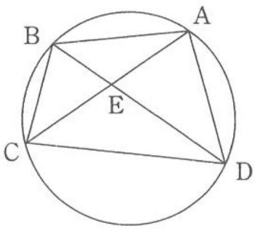


2025. 12. 01 (月)

(11)　右の図のように，半径 6 の円 O の円周上にある 4 点 A，B，C，D を頂点とする四角形 ABCD があり，対角線 AC，BD の交点を E とする。$AB=AD$，$CA=CD$，$\angle BAD=100^\circ$ のとき，次の問いに答えよ。

(ア)　$\angle BEC$ の大きさを求めよ。

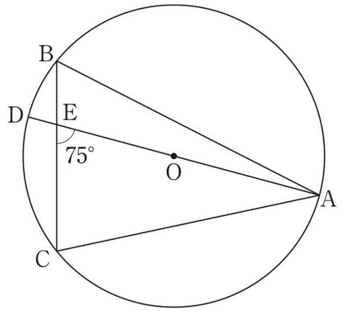
(イ)　2 点 C，D を含まない $\overset{\frown}{AB}$ の長さを求めよ。



出典:2020 弘学館

2025.12.02 (火)

問 4　右の図で，4 点 A，B，C，D は円 O の円周上にあり，線分 AD は円 O の直径である。点 E は線分 AD と線分 BC の交点で，$\angle AEC = 75^\circ$ である。$\angle ACB$ の大きさが $\angle BAC$ の大きさの 2 倍であるとき，$\angle ABC$ の大きさを求めなさい。

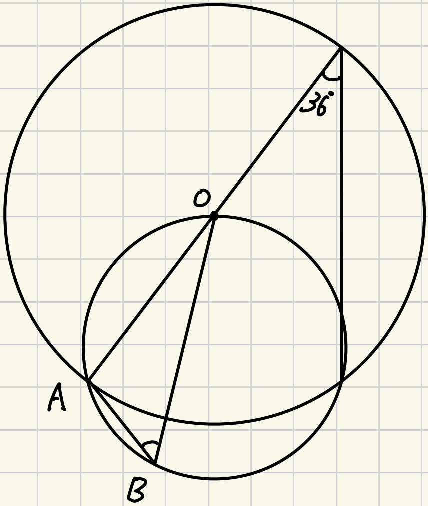


出典:2023 立命館守山

2025.12.03(水)

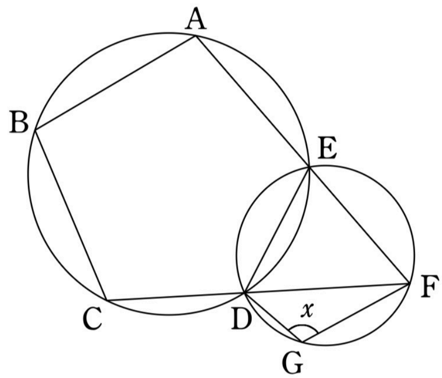
図で∠OBAは？

出典:2022 大宮開成 併願B



2025.12.04(木)

(7) 図のように2つの円が2点D, Eで交わっている。CD=DE, ∠ABC=100°, ∠DFE=50° であるとき, ∠xの大きさを求めなさい。ただし, 3点A, E, F ならびにC, D, Fはそれぞれ一直線上にあるものとします。

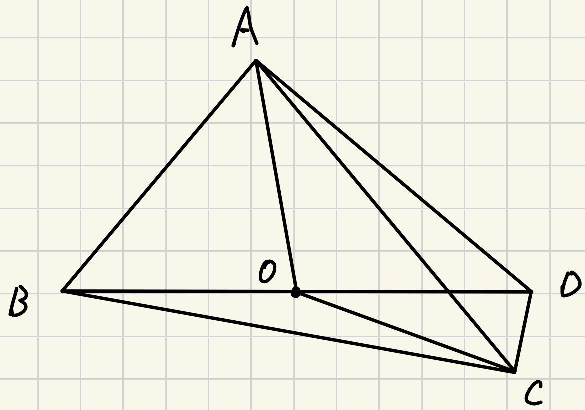


出典:2024 中央大附属 推薦

2025.12.05 (金)

図において、点Oは線分BDの中点である。OA＝OB＝OC, ∠OAC=15°
∠BAC=80° のとき、∠ADBの大きさは？

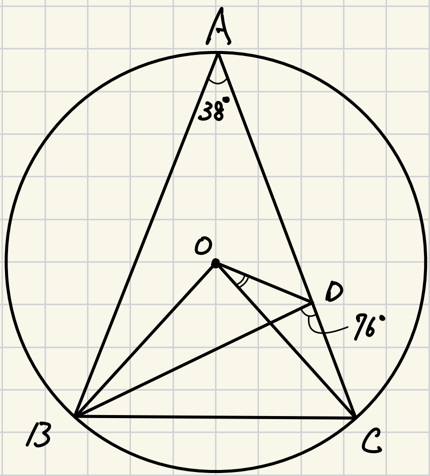
出典:2018 専修大学松戸 後期



2025.12.06(土)

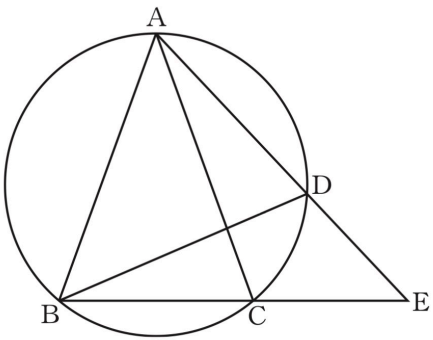
下の図のように、点Oを中心とする円がありAB=AC, ∠A=38°であるAABCがこの円に内接している。辺AC上に∠BDC=76°となる点Dをとるとき、∠CODの大きさを求めよ。

出典:2025 城北 一般



2025.12.07(日)

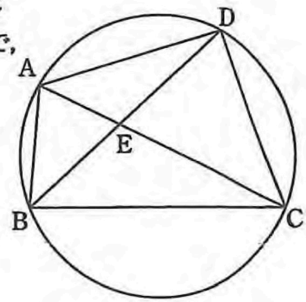
⑾　図のように，AB＝AC＝$5\sqrt{3}$ cm の △ABC がある。3 つの頂点 A，B，C を通る円の点 B を含まない $\overset{\frown}{AC}$ 上に点 D をとり，直線 BC と直線 AD との交点を E とする。AD：DE＝3：2 のとき，線分 AE の長さを求めなさい。



出典:2022 桜美林 第1回

2025. 12. 08 (月)

13 右の図のように，4点 A，B，C，D は同じ円の円周上にある。線分AC と線分BDの交点をEとするとき，△CEDは CE＝CD の二等辺三角形で，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$ とする。また，AB が 2 cm，AD が 3 cm であるとき，線分DE の長さを求めなさい。

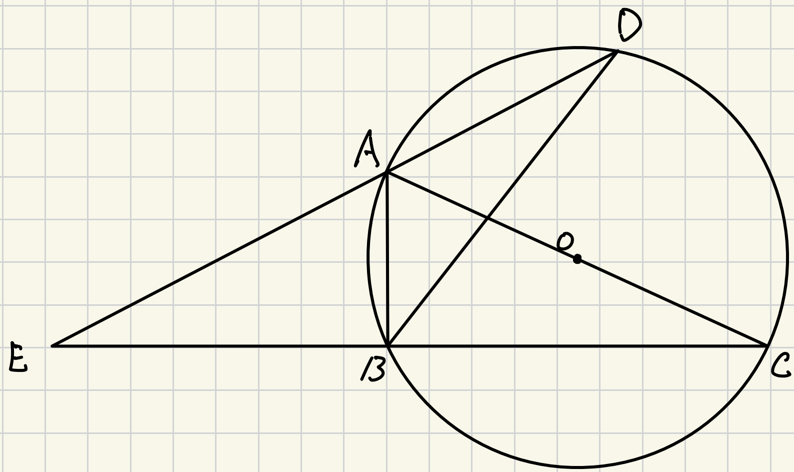


出典:2025 芝浦工大附属 基礎

2025.12.09(火)

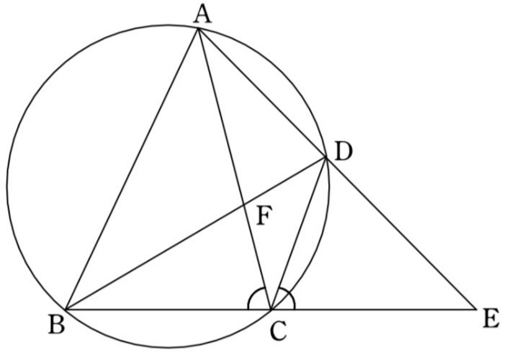
下の図のように、円Oの周上に4点A,B,C,Dがあり、DAの延長とCBの延長との交点をEとする。ACが円Oの直径，AC=AE, BE=3，AD=2であるとき、AEの長さを求めよ。

出典:2023 城北 推薦



2025.12.10(水)

5 右の図のように，円周上に 4 点 A，B，C，D があり，直線 BC と AD との交点を E とする。また，線分 AC とBD との交点を F とする。∠ACB＝∠DCE，AC＝15 cm，CD＝10 cm，CE＝12 cm であるとき，次の問いに答えなさい。



(1) △ACE ∽ △BCD を証明しなさい。
また，線分 BC の長さを求めなさい。

(2) △BCD と相似な三角形のうち，△ACE と異なる三角形を求めなさい。
また，線分 BD の長さを求めなさい。

(3) △ABE と △CDE の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

出典:2023 就実 ハイグレード

2025.12.11(木)

下の図のように1辺10の正三角形ABCが円の内側で接しています。短い方の弧AB上に点Dをとり、線分CD上にBD=BEとなるように点Eをとります。このとき、次の問いに答えなさい

出典:2021 立命館 前期

(1) ∠ADBの大きさを求めなさい。

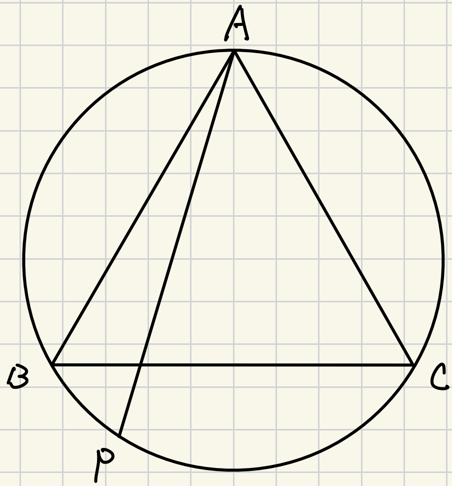
(2) ∠EBC=40° のとき、∠DABの大きさを求めなさい。

(3) CD=11のとき、四角形ADBCの周の長さを求めなさい。

2025.12.12(金)

正三角形ABCが円に内接している。図のように点Aを含まない側の弧BC上に点をとるとき、AP=BP＋CP であることを証明せよ。

出典:2019 慶應志木

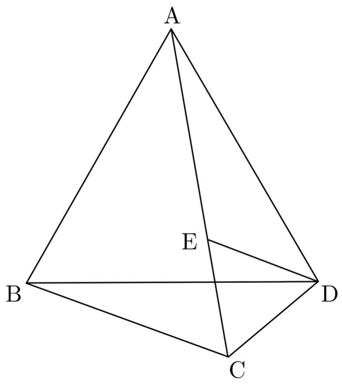


2025.12.13(土)

$\boxed{6}$　右の図で，$\triangle ABD$ は 1 辺 $10\,\mathrm{cm}$ の正三角形である。$\angle ACB = 60^\circ$，$DC = DE$，$AC = 11\,\mathrm{cm}$ のとき，次の各問いに答えよ。

(1)　$\angle ACD$ の大きさを求めよ。

(2)　四角形 ABCD の周の長さを求めよ。



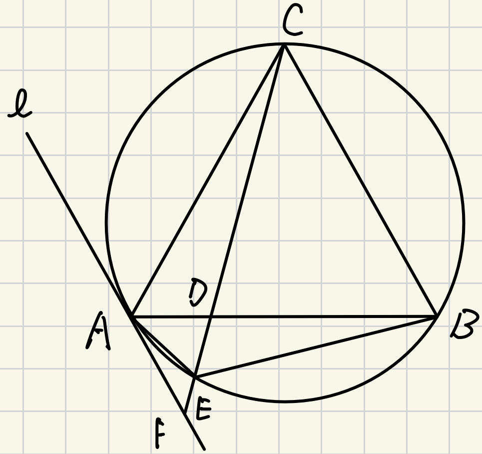
出典:2021 京華

2025. 12. 14 (日)

1辺の長さが6の正三角形ABCの外接円がある。点Aにおける円の接線を ℓ とする。図のように、線分ABを1:3に分ける点をDとし、直線CDが外接円、直線 ℓ と交わる点をそれぞれE,Fとする。このとき、次の各問いに答えよ。

出典:2021 日大二高

(1) ∠AEFの大さを求めよ。
(2) 線分AFの長さを求めよ。
(3) 線分比AE:EFを求めよ。
(4) 線分比BE:EFを求めよ。



2025.12.15(月)

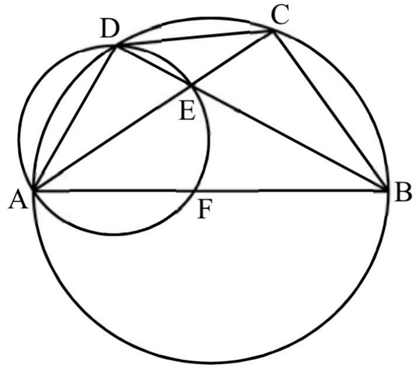
3 (15点)

図のように，四角形 ABCD が辺 AB を直径とする円に内接している。2 つの対角線 AC，BD の交点を E とし，△AED の外接円と辺 AB の交点のうち A ではない方を F とする。

次の問いに答えよ。

(1) △AFE ∽ △ACB を証明せよ。

(2) AB=5 であるとき，AC × AE + BD × BE の値を求めよ。



出典:2021 白陵

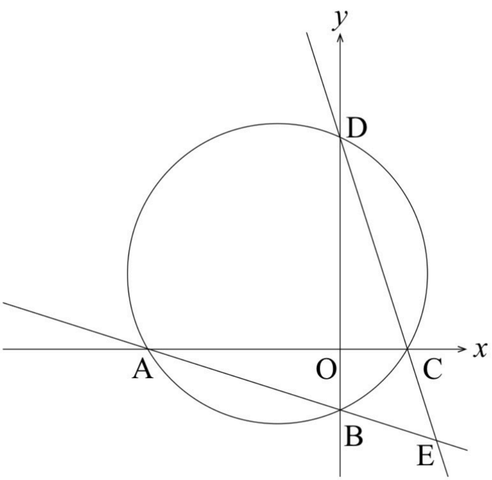
2025.12.16 (火)

問４　３点 A$(-6,\ 0)$，B$(0,\ -2)$，C$(c,\ 0)$ を通る円がある。ただし，$c>0$ とする。この円と y 軸との交点で B と異なる点を D$(0,\ d)$ とし，直線 AB と直線 CD との交点を E とする。次の各問いに答えなさい。

⑴　d を c を用いた式で表しなさい。

⑵　AE：CE を最も簡単な整数の比で表しなさい。

⑶　△CBE の面積が 7 のとき，c の値を求めなさい。

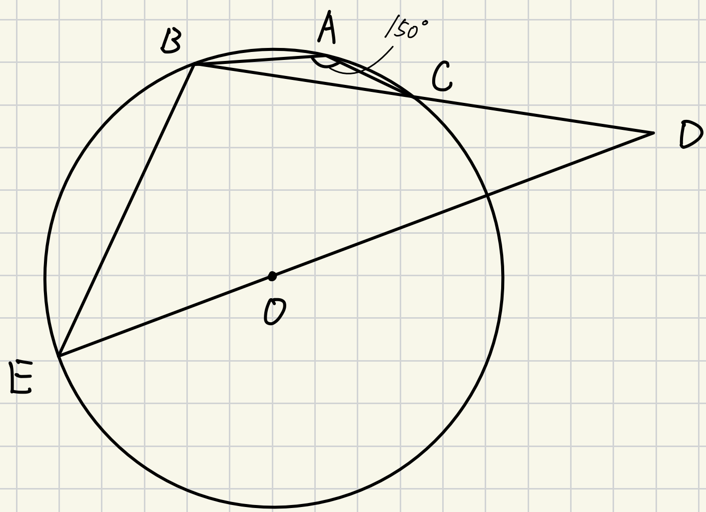


出典:2022 専修大附属

2026.02.04 (水)

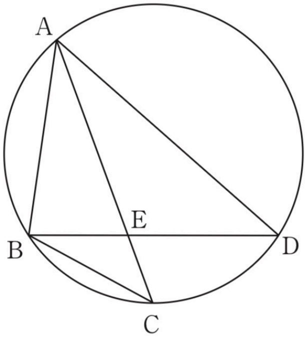
右図のように、∠A=150° の三角形ABCと3点A，B，Cを通る円Oがある。
BCの延長線上にBC=CDとなる点Dをとる。Dと中心Oを通る直線と円との交点のうち、Dから遠い点をEとする。このとき、∠BEDの大きさを求めなさい。

出典:2023 星野 単願



2026.02.16(月)

4　右の図で，4 点 A，B，C，D は円周上の点であり，$AB = 2\sqrt{2}$ cm，$BC = 2$ cm，$AC = 4$ cmである。また，$\angle BAC = \angle CAD$ であり，弦 AC と弦 BD の交点を E とする。次の問いに答えなさい。



(1)　CE の長さを求めなさい。

(2)　AD の長さを求めなさい。

(3)　3 点 A，B，E を通る円と線分 AD との交点を F としたとき，DF の長さを求めなさい。

出典:2022 東日本国際大附属昌平